

Tomasz Świsłocki

Wpływ oddziaływań dipolowych
na właściwości
spinorowego kondensatu rubidowego

Rozprawa doktorska
napisana pod kierunkiem
doc. dr. hab. Mariusza Gajdy

Instytut Fizyki Polskiej Akademii Nauk

Warszawa 2010

Spis treści

I	Streszczenie	7
II	Wstęp	9
III	Rubid ^{87}Rb jako gaz dipolowy	15
	III.1 Wnioski	26
IV	Rezonanse magnetyczne	
	w efekcie Einsteina-de Haasa	27
	IV.1 Wnioski	39
V	Stany topologiczne kondensatu Bosego-Einsteina	
	na plakietce	41
	V.1 Wnioski	52
VI	Podsumowanie	53

*Mojej żonie
za wyrozumiałość*

I Streszczenie

W poniższej pracy przedstawię wyniki badań wpływu oddziaływań dipolowych na dynamikę spinorowego, rubidowego kondensatu Bosego-Einsteina. Opiszę wpływ zewnętrznego pola magnetycznego na spinorowy kondensat dipolowy oraz wpływ geometrii kondensatu na efekty dipolowe. Przedstawię i omówię wyniki symulacji numerycznych poniżej wymienionych zagadnień. Praca jest zorganizowana następująco:

W rozdziale **drugim** opiszę kondensat Bosego-Einsteina, metody jego wytwarzania. Przedstawię podstawowe równania opisujące kondensat spinorowy i dipolowy.

W rozdziale **trzecim** zbadam termalizację kondensatu spinorowego znajdującego się początkowo w stanie o rzucie spinu $m_F = 0$ z uwzględnieniem oddziaływań dipolowych.

W rozdziale **czwartym** przedstawię analizę rezonansów magnetycznych w efekcie Einsteina-de Haasa.

W rozdziale **piątym** opiszę stany topologiczne kondensatu spinorowego powstające w efekcie Einsteina-de Haasa na plakietce.

W rozdziale **szóstym** podsumuję główne wyniki pracy.

II Wstęp

W 1924 roku indyjski fizyk Satyendra Nath Bose przedstawił metodę wyznaczenia widma promieniowania ciała doskonale czarnego, traktując układ fotonów jak gaz identycznych cząstek [1]. Einstein uogólnił teorię Bosego na przypadek gazu cząstek obdarzonych masą (w przeciwieństwie do przypadku fotonów, tutaj liczba cząstek jest zachowana). W tym samym roku przewidział, że w wystarczająco niskich temperaturach wszystkie te cząstki obsadziłyby najniższy stan kwantowy układu [2, 3]. Zjawisko to, nazwane później kondensacją Bosego-Einsteina (w skrócie BEC – od ang. Bose-Einstein condensation), zachodzi jedynie dla bozonów – cząstek o spinie całkowitym (równym całkowitej wielokrotności \hbar).

Kondensacja atomów ma miejsce, gdy średnia odległość między atomami jest mniejsza, niż termiczna długość fali de Broglie’a λ_{dB} :

$$\lambda_{dB} = \left(\frac{2\pi \hbar^2}{mk_B T} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (2.1)$$

gdzie \hbar jest stałą Plancka, m jest masą atomu, k_B - stała Boltzmanna, T jest temperaturą gazu atomowego. Dokładniej rzecz ujmując,

$$n\lambda_{dB}^3 \geq 2,612, \quad (2.2)$$

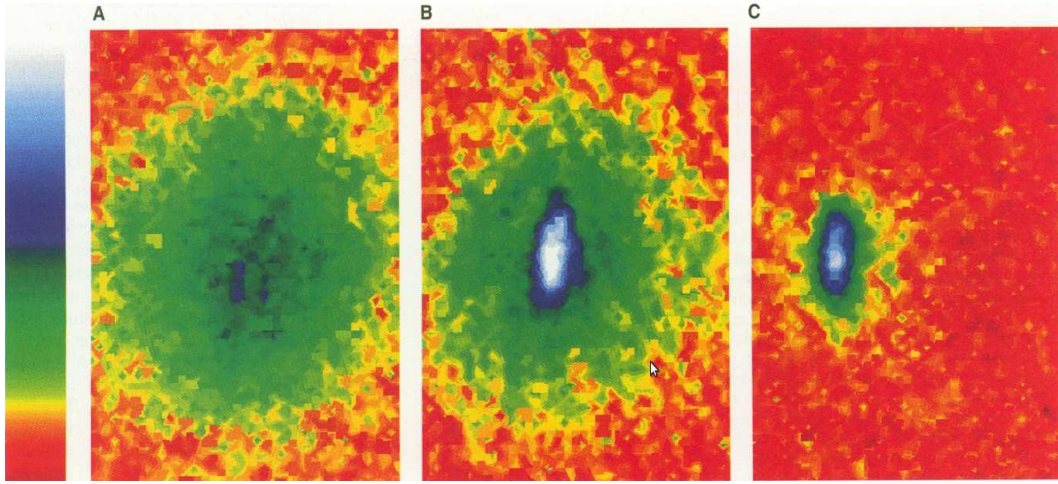
gdzie n jest gęstością cząstek ($n = N/V$, V - objętość). Łącząc ze sobą równania (2.1) i (2.2) otrzymujemy warunek na temperaturę krytyczną kondensacji T_c

$$T_c = \frac{\hbar^2}{2\pi k_B m} \left(\frac{n}{2,612} \right)^{2/3}. \quad (2.3)$$

Aby doświadczalnie zrealizować kondensację, potrzeba było wielu lat badań. Warunek (2.3) narzuca na układ ograniczenia związane z temperaturą układu, jak również na gęstość. Typowe gęstości kondensatu to $n \sim 10^{12} - 10^{15}$ atomów/cm³. Przy tak małej gęstości atomów, temperatura przejścia w stan kondensacji jest niezwykle mała $T_c \sim 10^{-7}$ nK. Mała gęstość atomów jest podyktowana koniecznością zminimalizowania występowania zderzeń trójciałowych, które są odpowiedzialne za straty atomów, co w efekcie prowadzi do zniszczenia kondensatu. Stworzenie kondensatu Bosego-Einsteina wiązało się więc z koniecznością opracowania pułapek, w których można było uzyskać wymaganą gęstość w przestrzeni fazowej, wyeliminowania przylegania atomów do względnie gorących ścianek pułapki, jak również opracowania wyrafinowanych technik chłodzenia. W celu uniknięcia skraplania się gazu atomowego na ściankach naczynia (pułapki) wykorzystano pomysł uwięzienia atomów w polu magnetycznym. Chłodzenie atomów poniżej temperatury kondensacji (temperatury krytycznej $T_c \sim 100$ nK) przebiega w dwóch etapach. W pierwszym etapie wykorzystuje się

chłodzenie dopplerowskie. Polega ono na poddaniu atomów działaniu wiązek promieniowania laserowego oraz kwadrupolowego pola magnetycznego. Atomy emitowane ze źródła chwytane są w pułapce magnetooptrycznej (MOT) przez trzy pary przeciwbieżnych wiązek laserowych, które wstępnie schładzają atomy do temperatury rzędu $T \sim 0.1 - 1\text{mK}$. W celu dalszego chłodzenia, atomy są przerzucane do pułapki magnetycznej. Pułapka magnetyczna jest w stanie utrzymać atomy o określonej orientacji atomowego momentu magnetycznego. Mechanizm odpowiadający za pułapkowanie magnetyczne jest związany z siłą działającą na spolaryzowane atomy w niejednorodnym polu magnetycznym. Możliwe są tutaj do spułpkowania atomy, które są w stanach podążających w obszar małego pola. Na przykład, dla ^{87}Rb w są to stany $|F = 2, m_F = +1\rangle$ i $|F = 1, m_F = -1\rangle$, (F jest spinem stanu podstawowego struktury nadsubtelnej atomu). Na atomy w tych stanach działa siła skierowana w kierunku minimum pola magnetycznego. Włączając zmienne pole magnetyczne o częstości radiowej można rezonansowo odwrócić spin gorących atomów, które uciekają z pułapki. W pułapce pozostają jedynie atomy o najmniejszej energii kinetycznej - najzimniejsze. Atomy na skutek zderzeń dochodzą do stanu równowagi o niższej temperaturze. W ten sposób uzyskuje się około $N \sim 10^5 - 10^6$ atomów o temperaturze około $T \sim 100\text{nK}$. Ten etap chłodzenia nazywa się chłodzeniem przez odparowanie. Następnie, po wyłączeniu pułapki, metodami obrazowania optycznego można monitorować rozkład pędu atomów. Pozwala to na stwierdzenie, czy atomy są w stanie termicznym czy uległy kondensacji. Cały cykl trwa około dwóch minut. Szczegóły chłodzenia atomów są opisane są w [5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12]. Osiągnięcia w doświadczalnych pracach nad chłodzeniem atomów gazów alkalicznych spowodowały wielki rozwój badań nad kondensatem Bosego-Einsteina. Pierwsze doświadczenia, w których uzyskano kondensat Bosego-Einsteina w rozrzedzonej gazie atomów alkalicznych, zostały przeprowadzone niemal w tym samym czasie w dwóch laboratoriach: JILA (Boulder, Kolorado, USA) oraz MIT (Cambridge, Massachusetts, USA). W JILA uzyskano kondensat atomów rubidu ^{87}Rb , zaś w MIT skondensowano atomy sodu ^{23}Na . Rysunek 1 przedstawia zdjęcie kondensatu atomów rubidu ^{87}Rb uzyskanego w JILA.

Dzięki intensywnym pracom nad doskonaleniem układów doświadczalnych, zapanowano nad kontrolowaniem wielu parametrów opisujących układ. Badano solitony [13, 14], wiry [15], wpływ temperatury na zachowanie się kondensatu [16, 17, 18]. Rozwinięto również techniki obrazowania. Odkryto istnienie rezonansów Feshbacha [12, 52], dzięki którym można zmieniać siłę oddziaływań kontaktowych jak również ich znak, decydujący o tym, czy oddziaływanie jest przyciągające czy odpychające. Dzięki manipulacji oddziaływaniami kontaktowymi, możliwe było badanie kolapsu i eksplozji BEC [19]. Kondensat Bosego-Einsteina z oddziaływaniami kontaktowymi był wykorzystywany do badań zagadnień z



Rysunek 1: Kondensacja Bosego-Einsteina. Rysunki przedstawiają rozkłady prędkości chmury atomów. Rysunek (A) przedstawia rozkład prędkości tuż przed pojawieniem się kondensatu. Rysunek (B) przedstawia rozkład prędkości tuż po pojawieniu się kondensatu, któremu towarzyszy duża chmura termiczna. Rysunek (C) przedstawia niemal czysty kondensat. Kołowy rozkład chmury termicznej (kolory żółty i zielony) wskazuje na izotropowy rozkład prędkości, zgodny z równowagą termodynamiczną. Frakcja kondensatu (kolory białe i niebieski) ma rozkład eliptyczny, co wskazuje na nietermiczny rozkład. Podłużny kształt kondensatu wynika z geometrii pułapki. Pole widzenia ma rozmiar $200 \times 270 \mu\text{m}$. Rysunek pochodzi z pracy [4].

fizyki ciała stałego, np. przejście izolator-nadprzewodnik [20, 21]. W kondensacie można precyzyjnie kontrolować więcej parametrów układu, niż w ciele stałym.

W kondensacie Bosego-Einsteina, oddziaływanie między zimnymi atomami jest zdominowane przez oddziaływania krótkozasięgowe, które można przybliżyć potencjałem kontaktowym $V(\mathbf{r}) = 4\pi\hbar^2 a_s/m\delta(\mathbf{r})$ [22], gdzie a_s jest długością rozpraszania fali typu ‘s’, zaś m jest masą atomu. Przybliżenie takie jest możliwe, ponieważ w niskich temperaturach termiczna długość fali de Broglie’a jest dużo większa niż zasięg oddziaływania Van der Waalsa między atomami. Oddziaływania kontaktowe są odpowiedzialne za wiele właściwości kondensatów atomowych. Dynamikę oddziałującego gazu opisuje równanie Grossa-Pitajewskiego [12]

$$i\hbar\frac{\partial\Psi}{\partial t} = \left(-\frac{\hbar^2\nabla^2}{2m} + \frac{1}{2}m\omega^2 r^2 + g|\Psi|^2\right)\Psi, \quad (2.4)$$

gdzie m jest masą atomu, ω - częstość pułapki harmoniczej, $g = 4\pi\hbar^2 a_s/m$, zaś $\int |\Psi|^2 d^3r = N$, gdzie N jest liczbą atomów. Równanie (2.4) jest słuszne, jeśli prawie wszystkie atomy opisane są tą samą funkcją falową Ψ . Wtedy Ψ jest nazywane funkcją falową kondensatu.

W pułapkach magnetycznych spiny atomów alkalicznych są “zamrożone”. W efekcie tego, atomy alkaliczne obdarzone spinem zachowują się w pułapce magnetycznej jak cząstki skalarne. Rozwinięcie technik pułapkowania i chłodzenia, w szczególności konstrukcja pułapki optycznej, której mechanizm pułapkowania wykorzystuje gradient natężenia światła, pozwala na jednoczesne “łapanie” atomów we wszystkich stanach nadsubtelnych niezależnie od ich momentu magnetycznego.

W 1997 roku grupie MIT udało się uzyskać kondensat BEC ^{23}Na w pułapce optycznej [23]. To doświadczenie otworzyło nowe kierunki w badaniu rozrzedzonych gazów atomowych. W pułapkach optycznych spiny atomów są swobodne – kierunek spinu może zmieniać się na skutek oddziaływań między cząstkami.

Pułapki optyczne pozwoliły na badanie gazów spinorowych. W takim przypadku operator pola bozonowego jest spinorem i ma $2F + 1$ składników. Dla ^{87}Rb w stanie $F = 1$ operator pola ma trzy składniki:

$$\hat{\Psi} = \begin{pmatrix} \hat{\Psi}_1 \\ \hat{\Psi}_0 \\ \hat{\Psi}_{-1} \end{pmatrix}. \quad (2.5)$$

W przypadku kondensatów spinorowych oddziaływania kontaktowe mają bogatszą strukturę i zależą od wartości rzutu całkowitego spinu obu oddziałujących atomów, który może być równy zero lub dwa (jeden ze względu na symetrię funkcji falowej nie jest możliwy). Gaz spinorowy w stanie $F = 1$ ma zatem dwie długości rozpraszania: $a_0 = 5,387\text{nm}$ i $a_2 = 5,313\text{nm}$ [24]. Hamiltonian układu można wtedy zapisać w następujący sposób (używając formalizmu drugiej kwantyzacji):

$$\begin{aligned} \hat{H} = & \int d^3r \left(\hat{\Psi}_i^\dagger(\mathbf{r}) H_0 \hat{\Psi}_i(\mathbf{r}) \right. \\ & + \frac{1}{2} c_0 \hat{\Psi}_j^\dagger(\mathbf{r}) \hat{\Psi}_i^\dagger(\mathbf{r}) \hat{\Psi}_i(\mathbf{r}) \hat{\Psi}_j(\mathbf{r}) \\ & \left. + \frac{1}{2} c_2 \hat{\Psi}_k^\dagger(\mathbf{r}) \hat{\Psi}_i^\dagger(\mathbf{r}) \mathbf{F}_{ij} \mathbf{F}_{kl} \hat{\Psi}_j(\mathbf{r}) \hat{\Psi}_l(\mathbf{r}) \right), \end{aligned} \quad (2.6)$$

gdzie należy wykonać sumowanie po powtarzających się indeksach (przyjmujących wartości $+1, 0, -1$). Jednocząstkowy hamiltonian (H_0) zawiera energię kinetyczną i potencjał pułapkujący, stała $c_0 = 4\pi\hbar^2(a_0 + 2a_2)/(3m)$ jest stałą niezależną od spinu oraz $c_2 = 4\pi\hbar^2(a_2 - a_0)/(3m)$ stałą zależną od spinu [25]. Znak stałej c_2 określa, czy mamy do czynienia ze stanem ferromagnetycznym ($c_2 < 0$) czy antyferromagnetycznym ($c_2 > 0$). $\mathbf{F} = (F_x, F_y, F_z)$, gdzie F_x, F_y, F_z są macierzami Pauliego 3×3 . Operator pola $\hat{\Psi}_i(\mathbf{r})$ anihiluje atom w stanie $|F = 1, m_F = i\rangle$ w punkcie \mathbf{r} . Oddziaływania kontaktowe zachowują całkowity rzut spinu - magnetyzację. Jeżeli dwa atomy są początkowo umieszczone w

stanie $m_F = 0$, na skutek oddziaływań kontaktowych jeden z nich może przejść do stanu $m_F = 1$ a drugi do $m_F = -1$ lub oba pozostaną w stanie $m_F = 0$. Kondensaty spinorowe były i są badane zarówno teoretycznie jak i doświadczalnie [26, 27, 28, 29, 31, 32].

Oprócz oddziaływań kontaktowych ważną rolę mogą odgrywać długozasięgowe, anizotropowe oddziaływania dipolowe. Do tej pory, były one pomijane ze względu na mały moment magnetyczny $\sim 1\mu_B$ (μ_B jest magnetonem Bohra). Niektórzy autorzy podkreślali [33, 34], że oddziaływania dipolowe mogą prowadzić do wielu ciekawych właściwości kondensatów i mogą prowadzić do nowych, fascynujących i czasami nieoczekiwanych efektów. Dla względnie małych długości rozpraszania w kondensacie mogą zostać zauważone struktury odzwierciedlające oba rodzaje sił.

Energia oddziaływań dipolowych dla dwóch atomów w odległości \mathbf{r} posiadających moment magnetyczny skierowany wzdłuż wektorów jednostkowych \mathbf{e}_1 i \mathbf{e}_2 , wyraża się jako

$$V^d(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0\mu^2}{4\pi} \frac{(\mathbf{e}_1 \cdot \mathbf{e}_2)r^2 - 3(\mathbf{e}_1 \cdot \mathbf{r})(\mathbf{e}_2 \cdot \mathbf{r})}{r^5}, \quad (2.7)$$

gdzie μ_0 jest przenikalnością magnetyczną próżni, μ jest momentem magnetycznym atomu, $r = |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|$. Oddziaływania dipolowe są długozasięgowe (skalują się jak $1/r^3$) oraz anizotropowe (siła i znak oddziaływań zależą od kąta między osiami polaryzacji i względnym położeniem cząstek). Hamiltonian uwzględniający oddziaływania dipolowe ma postać

$$\begin{aligned} \hat{H} &= \int d^3r \left(\hat{\Psi}_i^\dagger(\mathbf{r}) H_0 \hat{\Psi}_i(\mathbf{r}) - \gamma \hat{\Psi}_i^\dagger(\mathbf{r}) \mathbf{B} \mathbf{F}_{ij} \hat{\Psi}_j(\mathbf{r}) \right. \\ &+ \frac{1}{2} c_0 \hat{\Psi}_j^\dagger(\mathbf{r}) \hat{\Psi}_i^\dagger(\mathbf{r}) \hat{\Psi}_i(\mathbf{r}) \hat{\Psi}_j(\mathbf{r}) \\ &+ \left. \frac{1}{2} c_2 \hat{\Psi}_k^\dagger(\mathbf{r}) \hat{\Psi}_i^\dagger(\mathbf{r}) \mathbf{F}_{ij} \mathbf{F}_{kl} \hat{\Psi}_j(\mathbf{r}) \hat{\Psi}_l(\mathbf{r}) \right) \\ &+ \frac{1}{2} \int d^3r d^3r' \hat{\Psi}_k^\dagger(\mathbf{r}) \hat{\Psi}_i^\dagger(\mathbf{r}') V_{ij,kl}^d(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \hat{\Psi}_j(\mathbf{r}') \hat{\Psi}_l(\mathbf{r}), \end{aligned} \quad (2.8)$$

gdzie $V_{ij,kl}^d$ dane jest przez (2.7) a γ jest czynnikiem żyromagnetycznym. Hamiltonian (2.8) uwzględnia oddziaływanie z zewnętrznym polem magnetycznym \mathbf{B} . Podobnie jak w przypadku jednoskładnikowego kondensatu, jeśli wszystkie składowe spinora $\hat{\Psi}$ są makroskopowo obsadzone, możemy dokonać przybliżenia i operatory pola składowych spinorowych zastąpić przez funkcje falowe: $\hat{\Psi}_i(\mathbf{r}) \rightarrow \Psi_i(\mathbf{r})$. W moich badaniach opisanych w kolejnych rozdziałach będę zastępował operatory $\hat{\Psi}_i(\mathbf{r})$ przez makroskopowe funkcje falowe. Przyjmę, że funkcje $\Psi_i(\mathbf{r})$ są unormowane do liczby atomów N_i w danym stanie spinowym:

$$\int |\Psi_i(\mathbf{r})|^2 d^3r = N_i. \quad (2.9)$$

Doświadczalne osiągnięcie kondensacji atomów, które mają stosunkowo duży magnetyczny moment dipolowy, było wielkim wyzwaniem. W końcu po pokonaniu wielu trudności,

skondensowano atomy chromu ^{52}Cr [35]. Inne atomy, takie jak erb, europ czy dyspoz mają w stanie podstawowym magnetyczny moment dipolowy rzędu kilku magnetonów Bohra. Ze względu na duży moment magnetyczny chromu - $6\mu_B$, oddziaływania dipolowe w chromie są znacznie większe od oddziaływań dipolowych w atomach alkalicznych, co pozwala na obserwację efektów dipolowych [36]. Dzięki względnie silnym oddziaływaniom dipolowym i precyzyjnej kontroli pola magnetycznego może pojawić się możliwość realizacji spektakularnego efektu Einsteina-de Haasa [37] w dipolowym kondensacie spinorowym [30, 38, 39]. Prace teoretyczne pokazują, że używając rotującego spolaryzowanego pola magnetycznego możliwe jest strojenie oddziaływań dipolowych - zredukowanie ich siły a nawet znaku [40]. W doświadczeniu przeprowadzonym w Stuttgardzie [35], otrzymano gaz, w którym oddziaływania dipolowe były dominujące. Przy pomocy rezonansów Feshbacha oddziaływania kontaktowe zostały praktycznie wyłączone i otrzymano czysty kondensat dipolowy [41]. Trwają też intensywne badania nad uzyskaniem kondensatu molekularnego [42, 43, 44]. Molekuły polarne ze względu na ich złożoną wewnętrzną strukturę są obiecującymi kandydatami do badań silnie skorelowanych układów [45, 46], mogą być przydatne w kwantowej informacji [47], oraz pozwolić na kontrolowane reakcje chemiczne (ultra-zimna chemia) [48, 49] i ultra precyzyjne pomiary [50]. Ostatnio były obserwowane kontrolowane reakcje chemiczne molekuł KRb [49], oraz wpływ oddziaływań dipolowych na zderzenia tych molekuł [51]. Ze względu na duży elektryczny moment dipolowy molekuły są doskonałymi kandydatami do wytwarzania kondensatów z dominującą rolą oddziaływań dipolowych.

Spinorowe kondensaty dipolowe mogą znaleźć potencjalne zastosowania w kwantowej metrologii, informacji kwantowej, badaniu efektu magneto-kalorycznego. Kondensat w sieciach optycznych można wykorzystać do badania różnych efektów związanych z fizyką ciała stałego takich jak przejście izolator Motta - faza nadciekła [20, 52], nadprzewodnictwo wysokotemperaturowe [53] czy kwantowy efekt Halla [54].

W chwili obecnej prace nad kondensatami prowadzone są w kilkudziesięciu laboratoriach na całym świecie, w tym również w Polsce, w Krajowym Laboratorium Fizyki Atomowej, Molekularnej i Optycznej w Toruniu.

III Rubid ^{87}Rb jako gaz dipolowy

W tym rozdziale rozprawy wykażę, że oddziaływania dipolowe w mogą prowadzić do obserwowalnych efektów w spinorowym gazie rubidowym. Przedstawię wpływ oddziaływań dipolowych na dynamikę spinów i czas dochodzenia kondensatu spinorowego do stanu równowagi termodynamicznej.

Dynamika spinów w rubidzie w stanach $F = 1$ i $F = 2$ oraz tworzenie kondensatu w poszczególnych stanach zeemanowskich były badane doświadczalnie [26, 55]. W doświadczeniu Chapmana [55], w którym kondensat przygotowano w składniku magnetycznym $m_F = 0$, zaobserwowano transfer atomów do początkowo pustych składników $m_F \pm 1$. Badania teoretyczne związane z tym doświadczeniem były przeprowadzane dla przypadku jedno- i dwuwymiarowego [28, 29, 32]. W badaniach tych nie brano jednak pod uwagę oddziaływań dipolowych. Autorzy tłumaczyli to przybliżeniem odwołując się do niewielkiego stosunku energii dipolowej do kontaktowej. Energię dipolową można oszacować w następujący sposób:

$$E_d = \mu^2 n, \quad (3.1)$$

gdzie $\mu = \frac{1}{2}\mu_B$ jest momentem magnetycznym ^{87}Rb w stanie nadsubtelnym $F = 1$, μ_B jest magnetonem Bohra, zaś n jest gęstością atomów w pułapce. Energię kontaktową można oszacować przez:

$$E_c = (4\pi\hbar^2 a_s / m_{Rb}) n, \quad (3.2)$$

gdzie a_s jest długością rozpraszania fali 's', a m_{Rb} jest masą rubidu. Stosunek tych dwóch charakterystycznych energii (3.3) pokazuje, dlaczego oddziaływania dipolowe w ^{87}Rb były zaniechane

$$E_d/E_c = 4,2 \times 10^{-4}. \quad (3.3)$$

Z drugiej jednak strony, niektóre prace doświadczalne i teoretyczne pokazały, że w pewnych warunkach oddziaływania dipolowe w spinorowym kondensacie rubidowym mogą dawać zauważalne efekty. Przykładem jest doświadczenie [56] pokazujące niszczenie spiralnej struktury magnetyzacji, czy też prace teoretyczne opisujące efekt Einsteina-de Haasa [30, 38]. W pracach tych badano dynamikę spinów. Pochodzący od oddziaływań kontaktowych wyraz związany z "przekręcaniem" spinów jest znacznie mniejszy, niż (3.2). Jest on proporcjonalny do $E_s = 4\pi\hbar^2(a_2 - a_0)n/(3m_{Rb})$ (gdzie $a_0 = 5,387\text{nm}$, $a_2 = 5,313\text{nm}$). Dlatego też, stosunek energii dipolowej do energii związanej z oddziaływaniem prowadzącym do zmiany spinu nie jest tak mały, jak w (3.3) i wynosi

$$E_d/E_s = 0,09. \quad (3.4)$$

Dodatkowo, wyżej wymienione oszacowanie zakłada przybliżenie jednomodowe, w którym różne stany spinowe współdzielą tę samą funkcję falową.

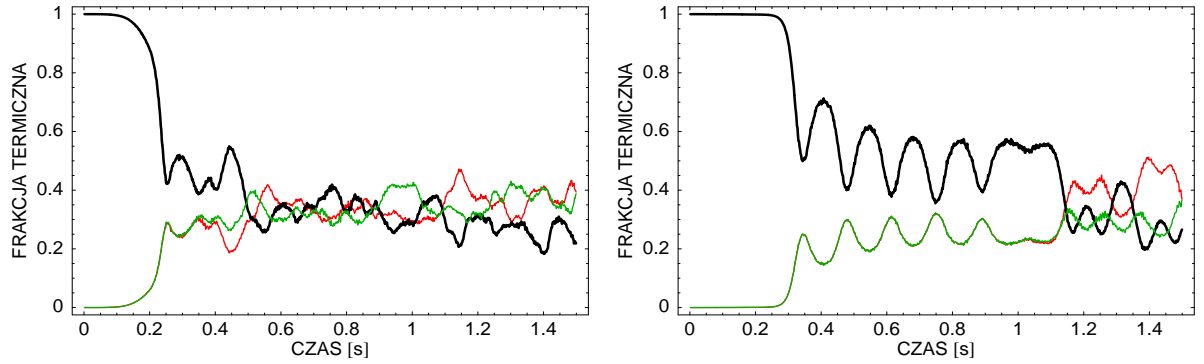
Wykażę poniżej, że oddziaływania dipolowe mają istotne znaczenie w osiągnięciu stanu równowagi termodynamicznej spinorowego kondensatu rubidowego.

Niech początkowo układ znajduje się w stanie wzbudzone, ze wszystkimi atomami umieszczonymi w składniku $m_F = 0$. Składniki $m_F = \pm 1$ nie są obsadzone. W pierwszym kroku metodą czasu urojonego wyznaczam stan o najmniejszej energii tak zadanego układu. Otrzymaną w taki sposób funkcję falową następnie zaburzam w celu uzyskania około 10% wzbudzenia energetycznego. Na mocy przybliżenia pól klasycznych powoduje to wprowadzenie do stanu początkowego atomów termicznych. We wszystkich symulacjach w tej części pracy około 20% wszystkich atomów stanowi chmurę termiczną, co na mocy

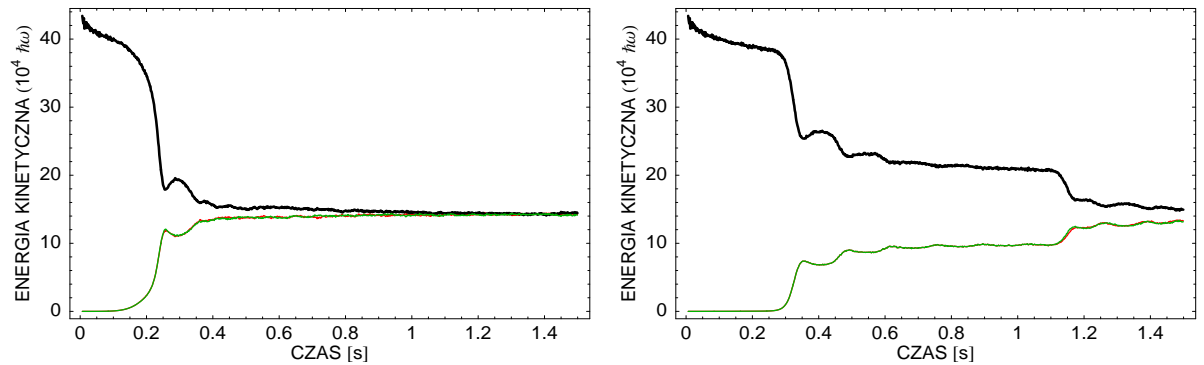
$$\frac{N_0}{N} = 1 - \left(\frac{T_c}{T}\right)^3 \quad (3.5)$$

(gdzie T jest temperaturą kondensatu, T_c jest temperaturą krytyczną, N_0 i N są liczbą cząstek skondensowanych i liczbą wszystkich cząstek w układzie) odpowiada w przybliżeniu $T/T_c \approx 0,58$. Szczegóły przybliżenia pól klasycznych są opisane w pracy [18]. Aby zainicjować dynamikę spinów, niezbędne jest wprowadzenie do składników $m_F = \pm 1$ niewielkiego zarodka. W moich rachunkach przyjmuję, że początkowo około 0,3% atomów znajduje się w stanach $m_F = \pm 1$. Moim celem jest badanie dynamiki kondensatu, prowadzącej do stanu równowagi termodynamicznej. W symulacjach używam siatki 42 punktów w każdym kierunku z krokiem przestrzennym $dx = 0,6\mu\text{m}$ oraz kroku czasowego $dt = 8 \times 10^{-7}\text{s}$. Rozważam układ, w którym atomy umieszczone są w sferycznie symetrycznej pułapce, czyli $\beta = \omega_z/\omega_r = 1$ (gdzie ω_r jest częstością radialną, zaś ω_z jest częstością osiową pułapki). W układzie tym w stanie początkowym znajduje się $N = 3 \times 10^5$ atomów. Częstość radialna pułapki wynosi $\omega_r = 2\pi \times 100\text{Hz}$ i na tej częstości oparta jest jednostka długości $a_{ho} = \sqrt{\hbar/(m\omega_r)}$. Zewnętrzne pole magnetyczne wynosi $\mathbf{B} = 0$. Ze względu na oddziaływania, początkowo puste składniki magnetyczne $m_F = \pm 1$ zostają obsadzone, a następnie liczba atomów termicznych wszystkich składników oscyluje wokół tej samej wartości co oznacza, że układ znalazł się w równowadze termodynamicznej. Zostało to pokazane na rysunku 2.

W stanie równowagi, obsadzenia chmury termicznej składników $m_F \pm 1$ fluktuują niezależnie (rys. 2). Obsadzenia składników $m_F = \pm 1$ nie muszą być identyczne w obecności oddziaływań dipolowych. Natomiast w przypadku oddziaływań kontaktowych, początkowa magnetyzacja jest zachowana. Ku zaskoczeniu, mimo tego, iż oddziaływania dipolowe są dużo mniejsze od oddziaływań kontaktowych, znacząco zmniejszają czas termalizacji układu. W obecności oddziaływań dipolowych układ dochodzi do stanu równowagi po



Rysunek 2: Obsadzenia chmury termicznej stanów $m_F = +1$ (czerwony), $m_F = 0$ (czarny) i $m_F = -1$ (zielony) w funkcji czasu z oddziaływaniami dipolowymi (po lewej) i bez oddziaływań dipolowych (po prawej) dla następujących parametrów: $N = 3 \times 10^5$, $\beta = 1$, $B_z = 0$.

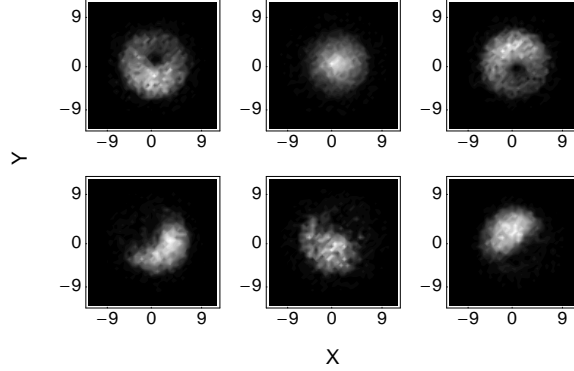


Rysunek 3: Energie kinetyczne składników $m_F = +1$ (czerwony), $m_F = 0$ (czarny) i $m_F = -1$ (zielony) w funkcji czasu z oddziaływaniami dipolowymi (po lewej) i bez oddziaływań dipolowych (po prawej) dla $N = 3 \times 10^5$ oraz $\beta = 1$. Zewnętrzne pole magnetyczne jest równe $B_z = 0$.

czasie $t \approx 0,35s$, podczas gdy przy wyłączonych oddziaływaniach długozasięgowych czas ten wynosi $t \approx 1,2s$. Energie kinetyczne każdego składnika wyrównują się (rys. 3). Zauważmy, że wyrównanie energii kinetycznych składników zachodzi w tym samym czasie, co wyrównanie obsadzeń.

W celu lepszego zrozumienia tak silnego udziału oddziaływań dipolowych w procesie termalizacji, dokładniej zbadam przestrzenną strukturę składników magnetycznych opisywanego układu. Rysunek 4 przedstawia typowe przekroje gęstości spinorowej funkcji falowej. W chwili $t = 250ms$ przekroje gęstości wskazują na istnienie bezrdzeniowych wirów o ładunkach $+1, 0, -1$ w stanach $m_F = +1, 0, -1$ (rys. 4, sekwencja górna). Wiry te, zanikają na skali czasu rzędu milisekund. Należy podkreślić, że przekroje gęstości w

składnikach $m_F = 1$ oraz $m_F = -1$ nie są osiowo symetryczne i są obrócone względem siebie o $\pi/2$. Ponadto “przekrywanie” obu składników jest bardzo małe. Taka separacja utrzymuje się przez cały czas ewolucji (rys. 4, sekwencja dolna).



Rysunek 4: Przekroje gęstości w płaszczyźnie XY dla $z = 0$ składników $m_F = +1$ (z lewej), $m_F = 0$ (po środku) oraz $m_F = -1$ (z prawej) dla sferycznie symetrycznej pułapki i $N = 3 \times 10^5$ atomów w chwili $t = 0,25s$ (górną sekwencją) oraz $t = 0,95s$ (dolną sekwencją). Zewnętrzne pole magnetyczne jest równe $B_z = 0$. Skala wyrażona jest w μm .

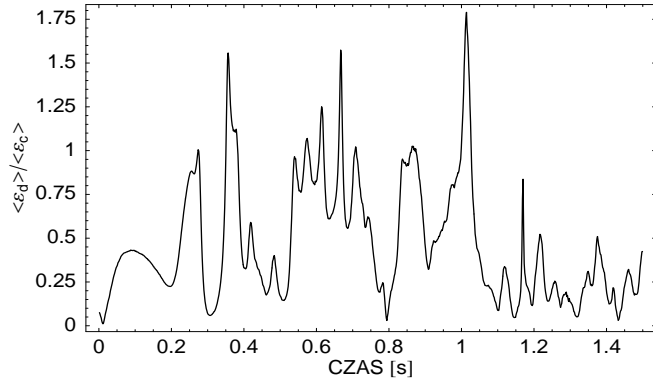
W początkowej fazie ewolucji, wyraz kontaktowy zależny od spinu w hamiltonianie (2.8) jest odpowiedzialny za dynamiczną niestabilność, która prowadzi do powstania domen o przeciwnej magnetyzacji [42, 57, 58, 59]. Przestrzenne przekrycie tych domen jest niewielkie. W efekcie tego, dynamicznie ukształtowana spinorowa funkcja falowa nie może być opisywana przybliżeniem jednomodowym [60, 61, 62]. Dlatego też, gdy są utworzone domeny magnetyczne, rola członu kontaktowego znacznie maleje, natomiast oddziaływania dipolowe mają dominującą rolę w dynamice spinów. Wartość średnia członu kontaktowego odpowiedzialnego za zmianę spinu, uśredniona po rozkładzie przestrzennym spinorowej funkcji falowej, wygląda następująco:

$$\varepsilon_c = c_2 \int d^3r \Psi_1^*(\mathbf{r}) \Psi_{-1}^*(\mathbf{r}) \Psi_0(\mathbf{r}) \Psi_0(\mathbf{r}), \quad (3.6)$$

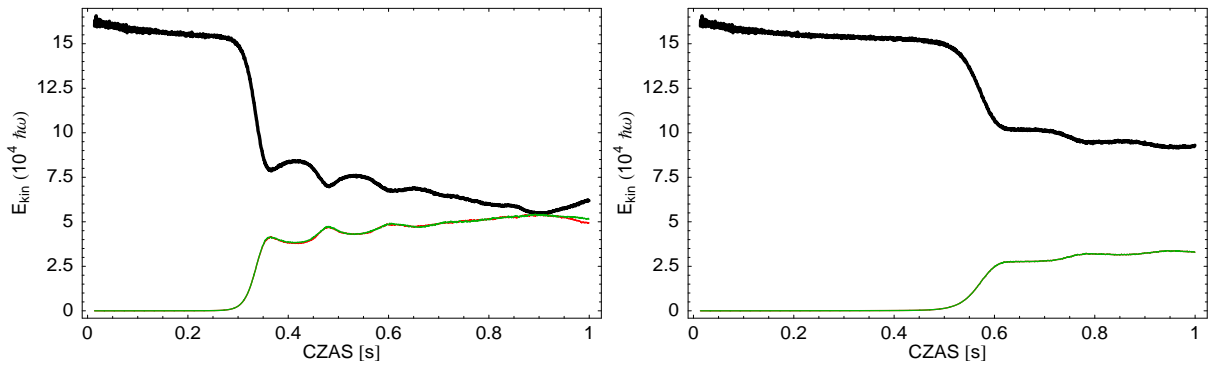
podczas gdy średnia energia dipolowa wyraża się jako:

$$\varepsilon_d = -\hbar^2 \mu^2 \int d^3r \int d^3r' \Psi_1^*(\mathbf{r}) \frac{V(\mathbf{r}, \mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} \Psi_0(\mathbf{r}), \quad (3.7)$$

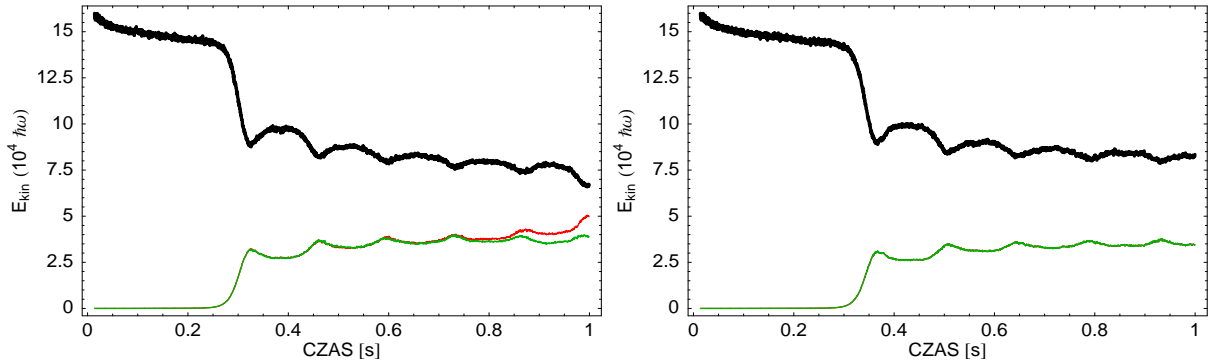
gdzie $V(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = 3/\sqrt{2}e^{-i\phi} \cos \Theta \sin \Theta (|\Psi_1(\mathbf{r}')|^2 - |\Psi_{-1}(\mathbf{r}')|^2) + 3/2e^{-2i\phi} \sin^2 \Theta (\Psi_1^*(\mathbf{r}') \Psi_0(\mathbf{r}') + \Psi_0^*(\mathbf{r}') \Psi_{-1}(\mathbf{r}')) - (1 - 3/2 \sin^2 \Theta) (\Psi_0^*(\mathbf{r}') \Psi_1(\mathbf{r}') + \Psi_{-1}^*(\mathbf{r}') \Psi_0(\mathbf{r}'))$, zaś ϕ , Θ są sferycznymi kątami $\mathbf{R} = \mathbf{r} - \mathbf{r}'$. Stosunek tych dwóch wielkości w czasie ewolucji został pokazany na (rys. 5). Jak widzimy, wyraz dipolowy jest porównywalny z wyrazem kontaktowym, a często



Rysunek 5: Stosunek średniej energii dipolowej do energii oddziaływania kontaktowego $\varepsilon_d/\varepsilon_c$ w funkcji czasu. Zewnętrzne pole magnetyczne jest równe $B_z = 0$.

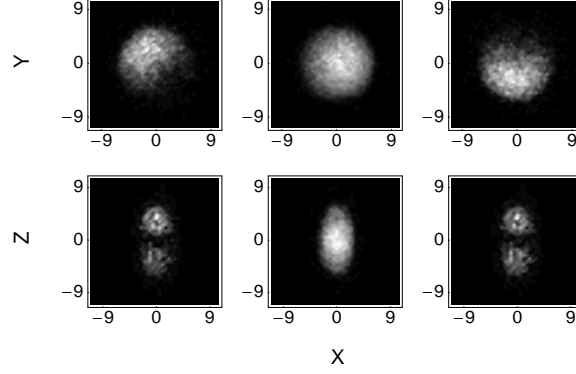


Rysunek 6: Energie kinetyczne składników $m_F = +1, 0, -1$ oraz $N = 10^5$ atomów w funkcji czasu dla geometrii lekko spłaszczonej ($\beta = 2$) z oddziaływaniami dipolowymi (po lewej) i bez nich (po prawej). Zewnętrzne pole magnetyczne jest równe $B_z = 0$.



Rysunek 7: Energie kinetyczne składników $m_F = +1, 0, -1$ oraz $N = 10^5$ atomów w funkcji czasu dla geometrii lekko wydłużonej, $\beta = 0,5$, z oddziaływaniami dipolowymi (po lewej) i bez nich (po prawej). Zewnętrzne pole magnetyczne jest równe $B_z = 0$.

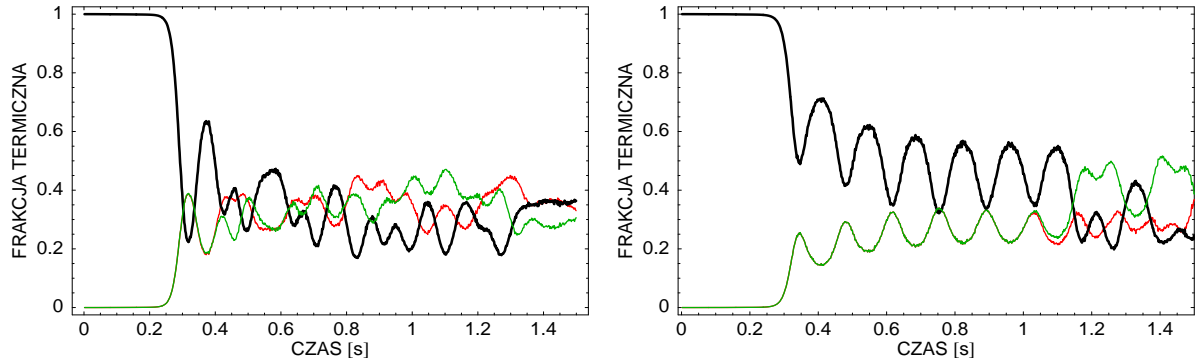
bywa nawet większy. Struktura dynamicznie niestabilnych modów zależy od geometrii układu. Aby to zobrazować, przeanalizuję dwa przypadki: $\beta = 2$ ($\omega_z = 2\pi \times 200\text{Hz}$, $\omega_r = 2\pi \times 100\text{Hz}$), odpowiadający wydłużonej pułapce oraz $\beta = 0,5$ ($\omega_z = 2\pi \times 100\text{Hz}$, $\omega_r = 2\pi \times 200\text{Hz}$), odpowiadający spłaszczonej pułapce. W przypadku spłaszczonej geometrii siły dipolowe znacznie przyspieszają dynamikę spinów (rys. 6), podczas gdy efekt nie jest zauważalny dla geometrii wydłużonej (rys. 7). Przekroje gęstości dla obu geometrii (rys.



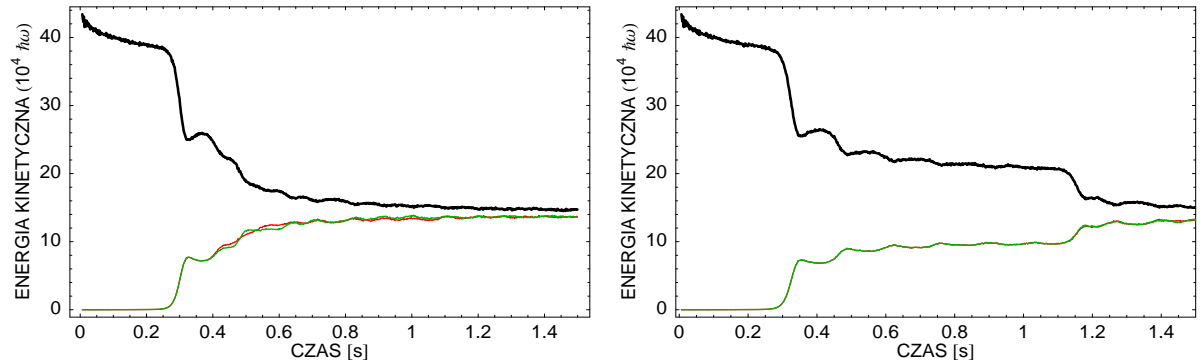
Rysunek 8: Przekroje gęstości składników $m_F = +1$ (po lewej) $m_F = 0$ (po środku) i $m_F = -1$ (po prawej) dla $N = 10^5$ atomów. Górna sekwencja jest dla $\beta = 2$ w chwili $t = 0,7\text{s}$, zaś dolna dla $\beta = 0,5$ w chwili $t = 0,35\text{s}$. Gęstości składników $m_F = +1$ i $m_F = -1$ dla $\beta = 2$ są przestrzennie rozseparowane (sekwencja górna), podczas gdy dla $\beta = 0,5$ są takie same (sekwencja dolna). Skala wyrażona jest w μm .

8) pozwalają na zrozumienie tej różnicy. W przypadku spłaszczonej geometrii, dynamika prowadzi do separacji faz i tworzenia się lekko przekrywających się domen o przeciwnej magnetyzacji. Jest to powód, dla którego oddziaływania kontaktowe znacznie słabną, zaś dalekozasięgowe siły dipolowe zaczynają dominować. W przypadku geometrii wydłużonej, dynamika sprzyja tworzeniu się niemal identycznych struktur w składnikach $m_F = -1$ i $m_F = 1$, a energia związana z wyrazem kontaktowym zależnym od spinu dominuje nad oddziaływaniami dipolowymi.

Badania teoretyczne oddziaływań dipolowych pokazały, że aby zaobserwować efekty dipolowe w ^{87}Rb w stanie $F = 1$, takie jak efekt Einsteina-de Haasa [30, 37, 38], potrzebne są pola o wartościach rzędu $\sim 10\mu\text{G}$. Moje badania wykazują, że oddziaływania dipolowe znacząco wpływają na czas termalizacji układu. Czas potrzebny do osiągnięcia stanu równowagi termodynamicznej dla układu w polu magnetycznym o wartości $B_z = 1\text{mG}$ (rys. 9) w pułapce sferycznie symetrycznej jest prawie identyczny, jak w przypadku $B_z = 0$ (rys. 2) i jest równy $t \approx 0,4\text{s}$. Zaniedbanie oddziaływań dipolowych prowadzi do termalizacji układu w czasie trzykrotnie dłuższym. W przypadku, gdy $B_z = 100\text{mG}$, układ osiąga

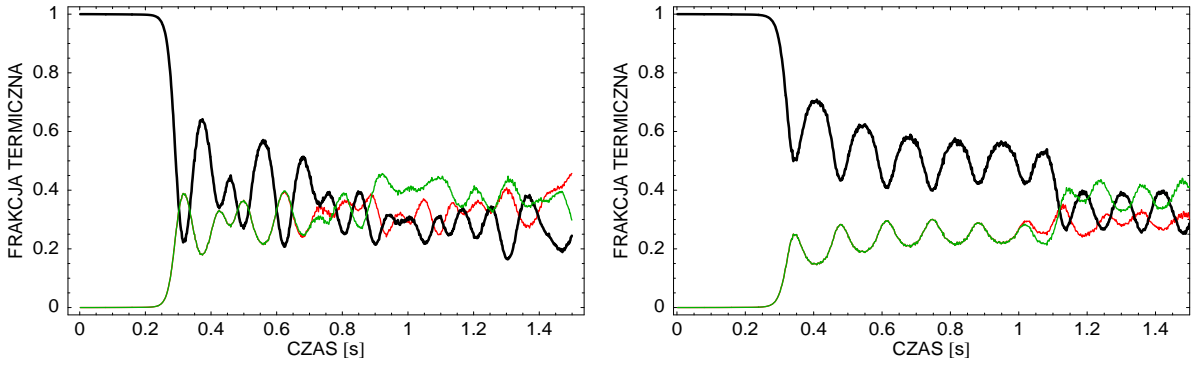


Rysunek 9: Obsadzenia chmury termicznej stanów $m_F = +1$ (czerwony), $m_F = 0$ (czarny) i $m_F = -1$ (zielony) w funkcji czasu z oddziaływaniami dipolowymi (po lewej) i bez oddziaływań dipolowych (po prawej) dla następujących parametrów: $N=3 \times 10^5$, $\beta = 1$, $B_z = 1\text{mG}$. Włączenie pola magnetycznego nie wpłynęło istotnie na czas termalizacji układu.

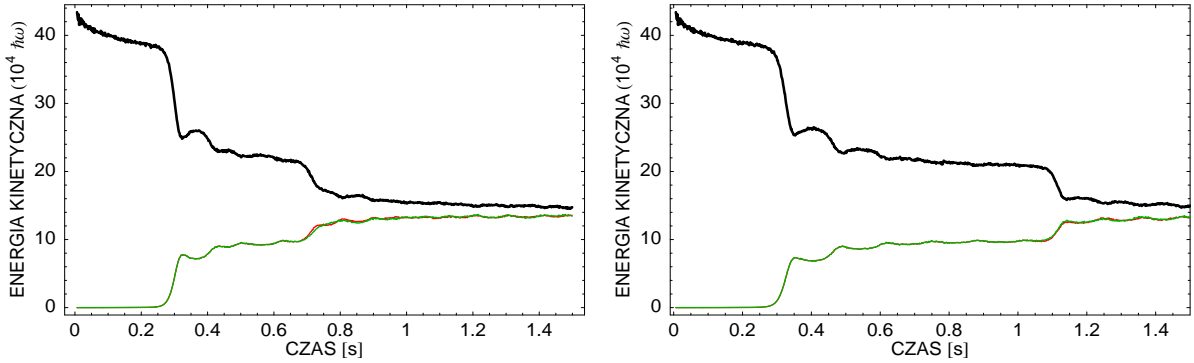


Rysunek 10: Energie kinetyczne składników $m_F = +1$ (czerwony), $m_F = 0$ (czarny) i $m_F = -1$ (zielony) w funkcji czasu z oddziaływaniami dipolowymi (po lewej) i bez oddziaływań dipolowych (po prawej) dla $N = 3 \times 10^5$ oraz $\beta = 1$. Zewnętrzne pole magnetyczne jest równe $B_z = 1\text{mG}$.

równowagę termodynamiczną po czasie $t \approx 0,7\text{s}$, podczas gdy bez oddziaływań dipolowych układ termalizuje po czasie $t \approx 1,2\text{s}$ (rys. 11). Oddziaływania dipolowe wpływają więc na czas termalizacji układu nawet dla pól magnetycznych o wartości 100mG . Przekroje gęstości (rys. 13) pokazują, że dla pól magnetycznych o wartości $B_z = 100\text{mG}$, mody $m_F = \pm 1$ mają postać niestabilnych modów Bogoliubov'a uzyskanych w symulacjach 2D tego układu z pominięciem oddziaływań dipolowych [32]. Porównując rysunki (rys. 9 i rys. 11), przy uwzględnionych oddziaływaniach dipolowych obserwuję wydłużenie czasu termalizacji układu dla pola magnetycznego o wartości $B_z = 100\text{mG}$. Wnioskuje więc, że pole magnetyczne o względnie dużych wartościach, powoduje maskowanie efektów dipolowych.



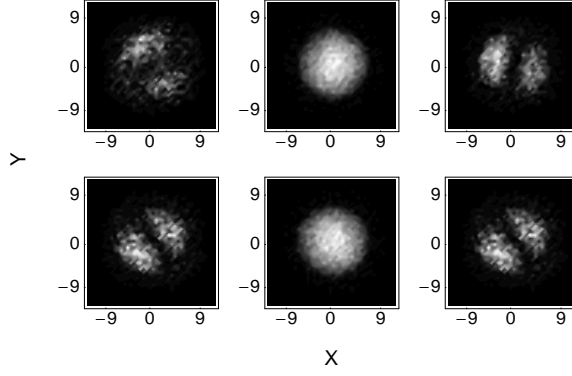
Rysunek 11: Obsadzenia chmury termicznej stanów $m_F = +1$ (czerwony), $m_F = 0$ (czarny) i $m_F = -1$ (zielony) w funkcji czasu z oddziaływaniami dipolowymi (po lewej) i bez oddziaływań dipolowych (po prawej) dla następujących parametrów: $N=3 \times 10^5$, $\beta = 1$, $B_z = 100\text{mG}$. Włączenie pola magnetycznego o wartości $B_z = 100\text{mG}$ spowodowało wydłużenie czasu termalizacji dla kondensatu z oddziaływaniami dipolowymi.



Rysunek 12: Energie kinetyczne składników $m_F = +1$ (czerwony), $m_F = 0$ (czarny) i $m_F = -1$ (zielony) w funkcji czasu z oddziaływaniami dipolowymi (po lewej) i bez oddziaływań dipolowych (po prawej) dla $N = 3 \times 10^5$ oraz $\beta = 1$. Zewnętrzne pole magnetyczne jest równe $B_z = 100\text{mG}$.

Dla pól o wartościach $B_z \approx 700\text{mG}$ zaczyna dominować kwadratowy efekt Zeemana i procesy prowadzące do stanów z $m_F \pm 1$ są nieresonansowe (nie zachowują energii). Dlatego kondensat pozostaje w stanie $m_F = 0$ [27].

Oprócz badania czasu termalizacji, oba układy dają możliwość obserwacji bogatych struktur tekstur spinowych. Typowe struktury w płaszczyźnie ‘x-y’ wektora spinu $\langle F_x \rangle, \langle F_y \rangle$ (gdzie $\langle \cdot \rangle$ oznacza uśrednienie wzdłuż osi z) dla przypadku z oddziaływaniami dipolowymi w polu $B_z = 1\text{mG}$ oraz $B_z = 100\text{mG}$ przedstawione są na rysunkach (rys. 14) oraz (rys. 15). Rysunki przedstawiają lokalnie kierunek oraz wartość średniej magnetyzacji układu w płaszczyźnie ‘x-y’. Na przedstawionych sekwencjach rysunków



Rysunek 13: Przekroje gęstości składników $m_F = +1$ (po lewej) $m_F = 0$ (po środku) i $m_F = -1$ (po prawej) dla $N = 3 \times 10^5$ atomów w $z = 0$ w pułapce sferycznie symetrycznej. Górna sekwencja odpowiada przypadkowi z oddziaływaniami dipolowymi, zaś dolna bez nich w chwili $t = 0, 45$ s. Układ znajduje się w polu magnetycznym $B_z = 1$ mG.

widać, że każdy z wektorów magnetyzacji wiruje z pewną częstością, którą można porównać z częstością Larmora. Częstość precesji wektora spinu można wyznaczyć ze wzoru Larmora

$$\omega_L = \gamma B_z, \quad (3.8)$$

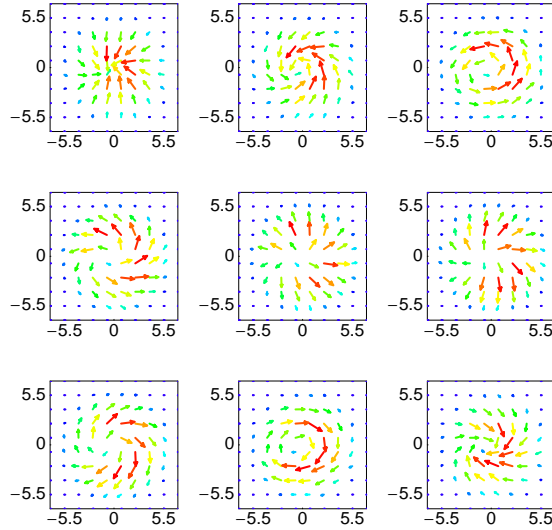
Dla pola magnetycznego o wartości $B_z = 1$ mG, częstość Larmora wynosi $\omega_L^{1mG}/\omega_r = 6,9$, co odpowiada okresowi $t_L^{1mG} = 1,45 \times 10^{-3}$ s (rys. 14). Dla pola o wartości $B_z = 100$ mG częstość Larmora wynosi $\omega_L^{100mG}/\omega_r = 690$ a okres wynosi $t_L = 1,45 \times 10^{-5}$ s (rys. 15), co jest zgodne z moimi symulacjami. Jednak dla małych wartości pól magnetycznych czas precesji spinu w przypadku, gdy oddziaływania dipolowe są uwzględnione, nie zgadza się z (3.8). Na przykład, dla pola o wartości $B_z = 10\mu$ G okres precesji wektora spinu wyznaczony ze wzoru (3.8) jest dwukrotnie mniejszy gdy uwzględnimy oddziaływania dipolowe. Różnica jest spowodowana tym, że lokalne pole magnetyczne, które odczuwa spin, jest inne niż pole B_z . Zgodność czasu precesji wektora spinu ze wzorem Larmora uzyskuje się, gdy pole zewnętrzne B_z zastąpi się efektywnym polem magnetycznym, którego w skład wchodzi oddziaływania dipolowe oraz oddziaływania kontaktowe zależne od spinu [64],

$$\mathbf{B}_{eff}(\mathbf{r}) = \mathbf{B}(\mathbf{r}) + \frac{c_2}{\gamma\mu_B}\mathbf{S}(\mathbf{r}) + \frac{c_d}{\gamma\mu_B} \int d^3r' \frac{\mathbf{S}(\mathbf{r}') - 3[\mathbf{S}(\mathbf{r}') \cdot \mathbf{e}]\mathbf{e}}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3}, \quad (3.9)$$

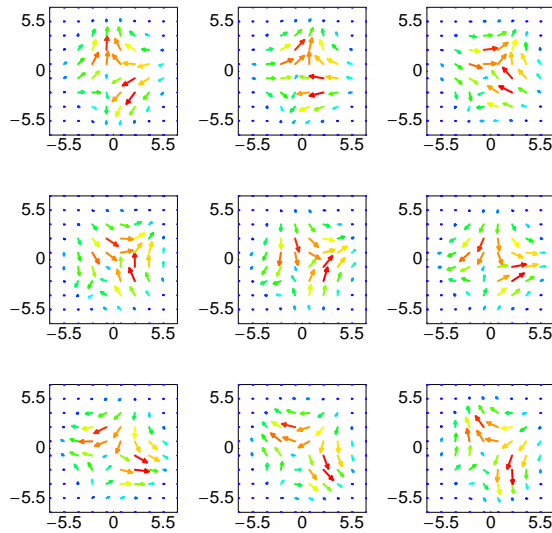
gdzie $c_d = \mu_0\mu_B^2g^2/(4\pi)$, $\mathbf{S}(\mathbf{r}) = \Psi_i^*(\mathbf{r})\mathbf{F}_{ij}\Psi_j(\mathbf{r})$ oraz $\mathbf{e} = (\mathbf{r} - \mathbf{r}')/|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|$. Obrót wektorów magnetyzacji w czasie powoduje, że tekstury zmieniają swoją geometrię w czasie (por.

rysunek pierwszy z (rys. 14) na którym wektory magnetyzacji skierowane są do środka i rysunek piąty z (rys. 14) na którym wektory magnetyzacji skierowane są na zewnątrz).

W pracy [63] autorzy sugerują, że jednym ze sposobów zauważenia efektów dipolowych w spinorowym kondensacie rubidowym dla pól rzędu $\mathbf{B} = 100\text{mG}$ jest obserwacja tekstur spinowych. Moje symulacje pokazują, że nie ma różnic w kształcie tekstur spinowych dla pól o wartościach $B_z = 1\text{mG}$ (rys. 14) i $B_z = 100\text{mG}$ (rys. 15). Pominięcie oddziaływań dipolowych nie wpływa na różnice w kształcie tekstur spinowych.



Rysunek 14: Sekwencja rysunków przedstawiająca zmiany tekstur spinowych. Długości wektorów, jak również ich kolory reprezentują wielkość $(\langle F_x \rangle^2 + \langle F_y \rangle^2)^{1/2}$. Wartość zewnętrznego pola magnetycznego wynosi $B_z = 1\text{mG}$, częstość Larmora $\omega_L^{1\text{mG}}/\omega_r = 6,9$ zaś czas jednego obrotu $t_L = 1,45 \times 10^{-3}\text{s}$. Sekwencja rysunków rozpoczyna się w chwili $t = 1,2\text{s}$ i kończy się po pojedynczym cyklu. Oddziaływania dipolowe są uwzględnione. Skala podana jest w μm .



Rysunek 15: Sekwencja rysunków przedstawiająca zmiany tekstur spinowych. Długości wektorów, jak również ich kolory reprezentują wielkość $(\langle F_x \rangle^2 + \langle F_y \rangle^2)^{1/2}$. Wartość zewnętrznego pola magnetycznego wynosi $B_z = 100\text{mG}$, częstość Larmora $\omega_L^{100\text{mG}}/\omega_r = 690$ zaś czas jednego obrotu $t_L = 1,45 \times 10^{-5}\text{s}$. Sekwencja rysunków rozpoczyna się w chwili $t = 0,75\text{s}$ i kończy się po pojedynczym cyklu. Oddziaływania dipolowe są uwzględnione. Skala podana jest w μm .

III.1 Wnioski

W tej części rozprawy wykazałem, że oddziaływania dipolowe w istotny sposób skracają czas termalizacji układu. Oddziaływania dipolowe, które prowadzą do dynamiki spinów stają się porównywalne z oddziaływaniami kontaktowymi. Spowodowane jest to tym, że oddziaływania kontaktowe są proporcjonalne do różnicy długości rozpraszania $c_2 \sim (a_2 - a_0)$ oraz tym, że następuje separacja składowych o różnej magnetyzacji. Jest to związane ze strukturą niestabilnych modów Bogoliubova. W związku z tym, krótkozasięgowe oddziaływania kontaktowe stają się porównywalne, a nawet mniejsze w stosunku do oddziaływań dipolowych. Istotne znaczenia miało również wyjście poza przybliżenie jednorodowe, ze względu na nieznaczne przekrywanie się przestrzenne składników magnetycznych. Wykazałem, że w procesach, w których ważna jest dynamika spinów, oddziaływań dipolowych w spinorowym kondensacie rubidowym nie można pominąć.

Rachunki przeprowadziłem dla różnych wartości pól magnetycznych. Dla stosunkowo małych pól ($B_z \sim 1\text{mG}$) zaobserwowałem znaczący wpływ pola magnetycznego na proces termalizacji. Dla większych wartości pola magnetycznego, tj. $B_z \sim 100\text{mG}$, rola oddziaływań dipolowych była nieco mniejsza, aczkolwiek nadal czas termalizacji układu pozostaje o połowę krótszy w stosunku do przypadku, gdy w układzie są uwzględnione tylko oddziaływania kontaktowe.

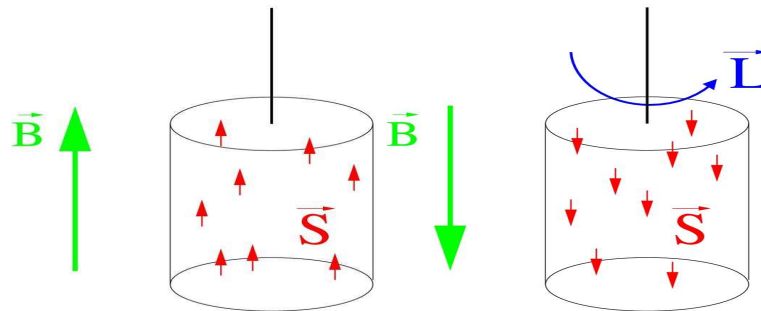
IV Rezonanse magnetyczne w efekcie Einsteina-de Haasa

W poprzednim rozdziale rozprawy wykazałem, że efekty związane z uwzględnieniem oddziaływań dipolowych mogą być zauważone w spinorowym kondensacie rubidowym. Na dynamikę kondensatu wpływało również przyłożone pole magnetyczne. W tej części pracy wykazę, że odpowiedni dobór wartości pola magnetycznego może znacznie uwydatnić efekty dipolowe w kondensacie Bosego-Einsteina. Pokażę, że istnieje szereg rezonansów dipolowych, prowadzących do różnych struktur przestrzennych w składnikach $m_F = 0$ i $m_F = -1$.

Wpływ pola magnetycznego szczególnie zaznacza się w efekcie Einsteina-de Haasa [37]. Efekt ten pochodzi z fizyki materii skondensowanej. Idea tego efektu jest następująca. Pręt wykonany z ferromagnetyka zostaje zawieszony na nitce i umieszczony w polu magnetycznym o indukcji \mathbf{B} , skierowanym do góry (rys 16a). Jeśli kierunek pola zmienimy na przeciwny, to spiny atomów będą się starały ustawić zgodnie z nowym kierunkiem pola magnetycznego, stąd magnetyzacja próbki zmienia znak. Ponieważ całkowity moment pędu musi zostać zachowany,

$$\vec{J} = \vec{S} + \vec{L} = \text{const.}, \quad (4.1)$$

zmiana magnetyzacji musi spowodować pojawienie się orbitalnego momentu pędu (rys 16b). Przejawia się to obracaniem się pręta.



Rysunek 16: Efekt Einsteina-de Haasa. Rysunek a) przedstawia stan początkowy układu w zewnętrznym polu magnetycznym. Rysunek b) przedstawia stan układu po zmianie orientacji pola magnetycznego. Efektem jest pojawienie się orbitalnego momentu pędu i obrót pręta.

Efekt Einsteina-de Haasa może być również zrealizowany w kondensacie Bosego-Einsteina [30, 38]. W pracy [30] pokazano, że jeśli kondensat Bosego-Einsteina jest przygotowany w stanie podstawowym pułapki i wszystkie atomy znajdują się w składniku $m_F = 1$, to

przy pewnej wartości pola magnetycznego $\mathbf{B} = (0, 0, B_z)$, po czasie $t \approx 0, 2\text{s}$ na skutek oddziaływań dipolowych zostaną obsadzone kolejno składniki $m_F = 0$ i $m_F = -1$. Dzieje się tak tylko dla wartości rezonansowej pola magnetycznego. Autorzy argumentują, że rezonans występuje, gdy energia rotacyjna atomu (ϵ_{rot}) w składniku $m_F = 0$ jest równa energii spinu w polu rezonansowym: $\mu B_{rez} = \epsilon_{rot}$, gdzie μ jest wartością magnetycznego momentu dipolowego. W obecności oddziaływań dipolowych zachowany jest całkowity moment pędu (4.1), więc zmiana magnetyzacji układu spowoduje powstanie orbitalnego momentu pędu w poszczególnych składnikach. W stanie początkowym $m_F = 1$, wartość rzutu orbitalnego momentu pędu na oś "z" (na atom) wynosi zero. Po zmianie orientacji pola magnetycznego i pojawieniu się niezerowego obsadzenia pozostałych składników, rzut orbitalnego momentu pędu na oś "z" (na atom) wynosi 1 oraz 2 dla $m_F = 0$ i $m_F = -1$ odpowiednio. Ponieważ m_F może zmienić się o $\Delta m_F \pm 1$, obsadzenie składnika $m_F = -1$ jest procesem wyższego rzędu w oddziaływaniach dipolowych.

W tej części rozprawy będę starał się lepiej zrozumieć naturę tych rezonansów dipolowych. W szczególności pokażę, że istnieje szereg takich rezonansów. Dla każdego z nich funkcje falowe składników $m_F = 0$ i $m_F = -1$ mają odrębną strukturę przestrzenną.

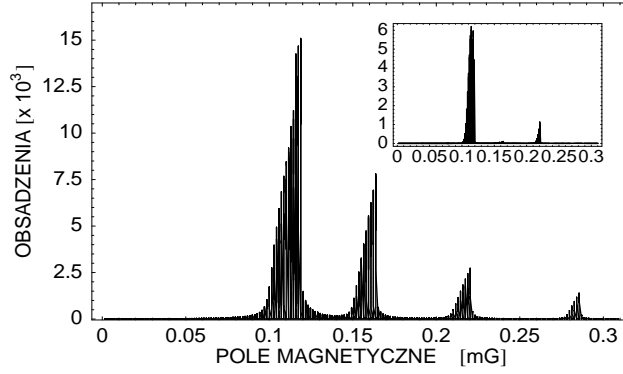
W moich symulacjach numerycznych rozważę kondensat składający się z $N = 5 \times 10^4$ atomów w pułapce harmoniczej o geometrii cygara w stanie początkowym $m_F = 1$. Częstotliwości pułapki mają wartości $\omega_r = 2\pi \times 400\text{Hz}$ oraz $\omega_z = 2\pi \times 100\text{Hz}$. Obliczenia numeryczne przeprowadzę na siatce $2^5 \times 2^5$ punktów w kierunku radialnym i 2^6 punktów w kierunku osiowym. Kroki przestrzenne to $dx = dy = 0.275\mu\text{m}$ oraz $dz = 0.375\mu\text{m}$. Krok czasowy użyty do całkowania to $dt = 8 \times 10^{-7}\text{s}$. Równanie, które wykorzystuję w tej części pracy to równanie GP dla spinorowego kondensatu dipolowego w polu magnetycznym (2.8). Pułapka jest opisana potencjałem harmonicznym:

$$V_{trap} = \frac{1}{2}m_{Rb}\omega_r(x^2 + y^2 + \beta^2 z^2), \quad (4.2)$$

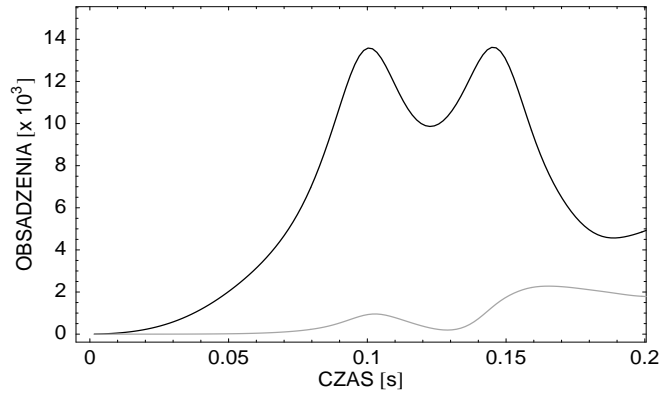
gdzie $\omega_r = 2\pi \times 100\text{Hz}$, $\beta = \omega_z/\omega_r = 4$.

Rysunek 17 przedstawia transfer atomów do stanu $m_F = 0$ oraz $m_F = -1$ w funkcji pola magnetycznego. Widać, że tylko przy pewnych wartościach pola magnetycznego zachodzi transfer do składników $m_F = 0$ i $m_F = -1$. Rysunek pokazuje cztery takie maksima widoczne w obsadzeniach stanu $m_F = 0$. Tylko dwa wyraźne maksima występują w składniku $m_F = -1$.

Rysunki 18 i 19 pokazują, jak obsadzenia stanów $m_F = 0$ i $m_F = -1$ narastają w czasie dla dwóch pierwszych rezonansów. Widać, że osiągają one wartość maksymalną po czasie rzędu $t = 0, 1\text{s}$. Jest to typowy czas związany z oddziaływaniami dipolowymi $t_{dip} \sim \hbar/E_{dip}$. Po osiągnięciu maksymalnej wartości obsadzenia zaczynają maleć. Rysunki te sugerują, że



Rysunek 17: Obsadzenia stanu $m_F = 0$ (obrazek główny) oraz $m_F = -1$ (wstawka) w funkcji pola magnetycznego. Rezonanse są widoczne przy polach o wartościach $B_z = 0.12, 0.16, 0.22$ oraz 0.28 mG. Maksymalne obsadzenie stanu przy danym rezonansie występuje zwykle po czasie $t \approx 0, 1$ s.

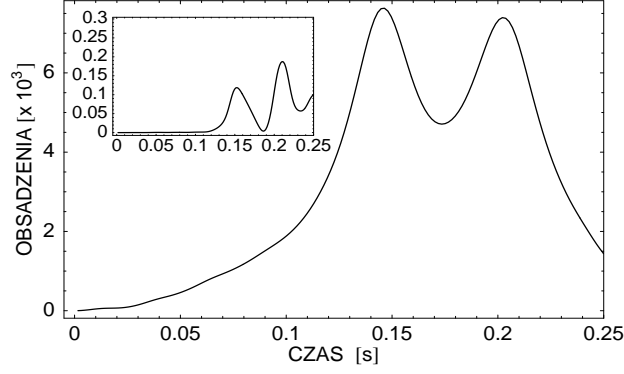


Rysunek 18: Obsadzenia stanów $m_F = 0$ (czarny) i $m_F = -1$ (szary) w funkcji czasu dla pierwszego rezonansu. Wartość pola magnetycznego wynosi $B_z = 0, 12$ mG. Pierwsze maksimum obsadzenia stanu przy tym rezonansie następuje po czasie $t = 0, 1$ s.

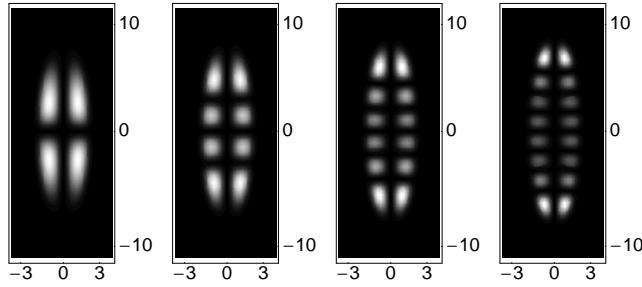
istnieją oscylacje populacji stanu $m_F = 0$ o okresie rzędu t_{dip} . W przypadku pozostałych rezonansów jest podobnie.

Teraz pokażę, że struktura przestrzenna gęstości składników $m_F = 0$ i $m_F = -1$ jest charakterystyczną cechą konkretnego rezonansu. Rysunki 20 oraz 21 pokazują przekroje gęstości w składnikach $m_F = 0$ i $m_F = -1$ w płaszczyźnie “XZ” dla $y = 0$. Widać, że atomy tworzą kilka pierścieni toroidalnych rozmieszczonych wzdłuż osi “z”. Liczba pierścieni zależy od danego rezonansu. W przypadku $m_F = 0$ liczba pierścieni jest zawsze parzysta, zaś w przypadku $m_F = -1$ jest nieparzysta.

Rysunek 22 przedstawia przekroje gęstości i fazy w stanach $m_F = 1, 0, -1$ w chwili



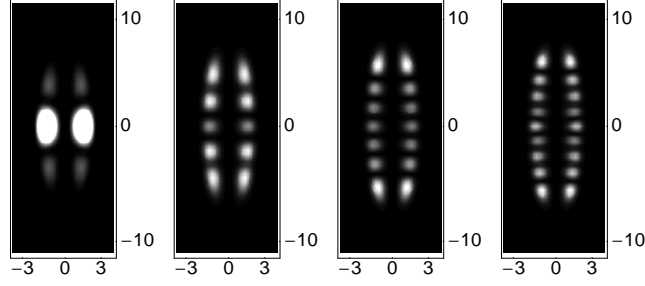
Rysunek 19: Obsadzenia stanów $m_F = 0$ (obraz główny) i $m_F = -1$ (wstawka) w funkcji czasu dla drugiego rezonansu. Wartość pola magnetycznego wynosi $B_z = 0,16\text{mG}$, zaś $\beta = 4$. Pierwsze maksymalne obsadzenie stanu przy tym rezonansie następuje po czasie $t = 0,15\text{s}$.



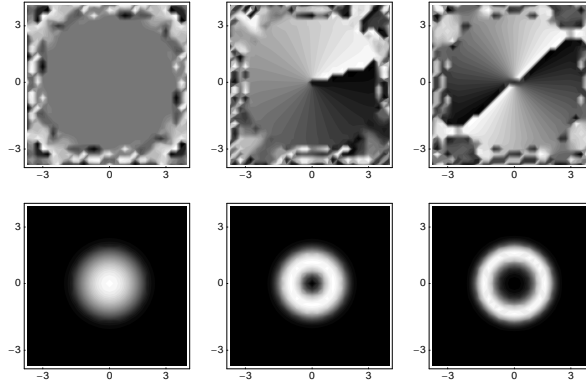
Rysunek 20: Przekroje gęstości w płaszczyźnie ‘XZ’ i $y = 0$ w stanie $m_F = 0$ dla $N = 5 \times 10^4$ oraz $\beta = 4$. Dla kolejnych rezonansów wzrasta liczba pierścieni, przy czym jest ona zawsze parzysta. Skala podana jest w μm .

$t = 0,1\text{s}$ w płaszczyźnie ‘XY’ przy $z = 3\mu\text{m}$, odpowiadającej pojawieniu się pierwszego maksimum transferu do wyżej wymienionych stanów dla pierwszego rezonansu. Faza w stanie $m_F = 0$ ‘nawija się’ o 2π , więc ładunek topologiczny wiru wynosi $M = 1$. W stanie $m_F = -1$ faza ‘nawija się’ o 4π , więc ładunek topologiczny wiru wynosi $M = 2$.

W przypadku pułapki sferycznie symetrycznej również możliwa jest obserwacja rezonansowej natury rozważanego zagadnienia (rys. 23). Dla $N = 5 \times 10^4$ atomów, struktury powstające w przekrojach gęstości (rys. 25) w przypadku pierwszego rezonansu są identyczne jak w przypadku omawianym we wstępie tego rozdziału i pracy [30]. W przypadku drugiego rezonansu struktury pojawiające się w przekrojach gęstości (rys. 26) są inne niż



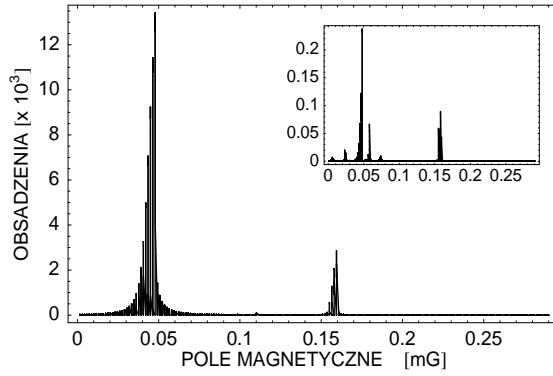
Rysunek 21: Przekroje gęstości w płaszczyźnie ‘XZ’ i $y = 0$ w stanie $m_F = 0$ dla $N = 5 \times 10^4$ oraz $\beta = 4$. Dla kolejnych rezonansów wzrasta liczba pierścieni, przy czym jest ona zawsze nieparzysta. Skala podana jest w μm .



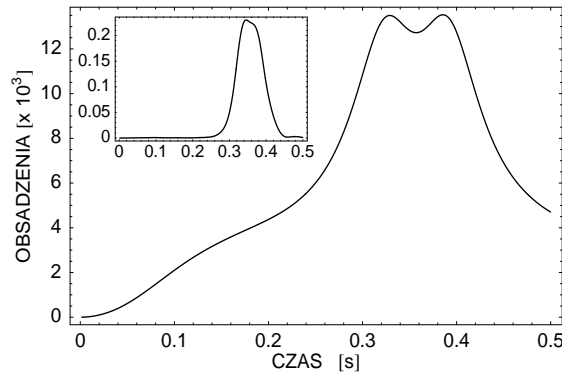
Rysunek 22: Przekroje fazy i gęstości w płaszczyźnie ‘XY’ w stanach $m_F = 1$ (z lewej), $m_F = 0$ (po środku) i $m_F = -1$ (z prawej) dla $N = 5 \times 10^4$ oraz $\beta = 4$. Przekroje odpowiadają pierwszemu rezonansowi dla pola $B_z = 0,12\text{mG}$, w chwili $t = 0,1\text{s}$. W stanie $m_F = 1$ faza jest stała. W stanach $m_F = 0$ i $m_F = -1$ ze względu na zachowanie całkowitego momentu pędu są wiry o ładunkach topologicznych $M = 1$ i $M = 2$ odpowiednio. Skala podana jest w μm .

dla pułapki typu cygaro omawianej wcześniej. Jest to spowodowane geometrią pułapki. W pułapce osiowo symetrycznej najniższe stany wzbudzone odpowiadają wzbudzeniom w kierunku osi ‘z’. Rezonanse prowadzące do tych stanów są najsilniejsze oraz odpowiadają najmniejszym wartościom pola B_z . W przypadku pułapki o symetrii sferycznej, energie wzbudzeń radialnych są takie same, jak wzbudzeń osiowych. Dlatego rezonanse odpowiadające wzbudzeniom radialnym konkurują z rezonansami osiowymi i pojawiają się również dla małych pól B_z . Obsadzenia stanów $m_F = 0$ i $m_F = -1$ dla pułapki sferycznie symetrycznej

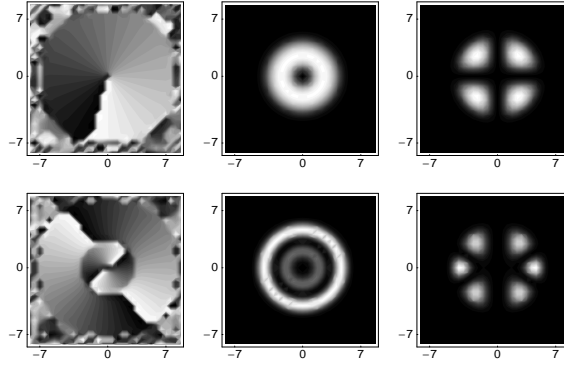
wyglądają podobnie jak dla pułapki osiowo symetrycznej (rys. 24). Struktury gęstości atomowych dla kolejnych rezonansów związane są ze wzbudzeniami w kierunku radialnym.



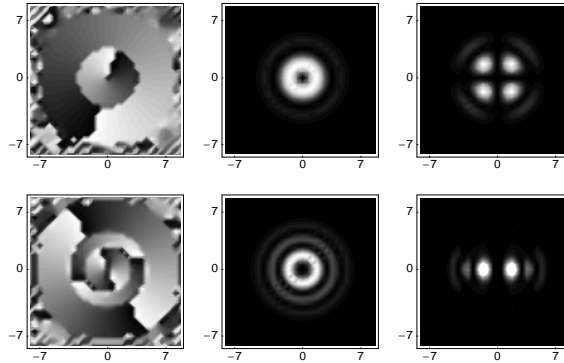
Rysunek 23: Obsadzenia stanów $m_F = 0$ (obrazek główny) oraz $m_F = -1$ (wstawka) w funkcji pola magnetycznego dla pułapki sferycznie symetrycznej ($\beta = 1$) dla $N_1 = 5 \times 10^4$ atomów. Rezonanse są widoczne przy polach o wartościach $B_z = 0,04$ oraz $0,16$ mG.



Rysunek 24: Obsadzenia stanów $m_F = 0$ (obrazek główny) oraz $m_F = -1$ (wstawka) w funkcji czasu dla pułapki sferycznie symetrycznej ($\beta = 1$). Po czasie $t \approx 0,32$ s następuje maksymalne obsadzenie obu stanów, które wynosi $N_0 = 14 \times 10^3$ oraz $N_{-1} = 250$ atomów. Wartość pola rezonansowego wynosi $B_z = 0,04$ mG.



Rysunek 25: Faza i gęstość w stanach $m_F = 0$ i $m_F = -1$ odpowiadające pierwszemu rezonansowi w chwili $t = 0,32\text{s}$. $N_0 = 14 \times 10^3$ atomów, $N_{-1} = 250$ atomów, $B_z = 0,04\text{mG}$. Pułapka sferycznie symetryczna. W stanie początkowym znajdowało się $N_1 = 5 \times 10^4$ atomów. Skala podana jest w μm .



Rysunek 26: Faza i gęstość w stanach $m_F = 0$ i $m_F = -1$ odpowiadające drugiemu rezonansowi w chwili $t = 0,35\text{s}$. $N_0 = 2700$ atomów, $N_{-1} = 17$ atomów, $B_z = 0,16\text{mG}$. Pułapka sferycznie symetryczna. W stanie początkowym znajdowało się $N_1 = 5 \times 10^4$ atomów. Skala podana jest w μm .

W celu wyjaśnienia mechanizmu powstawania rezonansów oraz obserwowanych struktur pojawiających się przy odpowiednio dobranym polu magnetycznym, rozważę prosty model. W modelu tym rozważę układ dwóch atomów w potencjale harmonicznym $V = 1/2\omega_r^2(x^2 + y^2 + \beta^2 z^2)$ (gdzie $\beta = \omega_z/\omega_r$) z uwzględnieniem oddziaływań dipolowych. Pominę oddziaływania kontaktowe, gdyż te oddziaływania prowadzą jedynie do przesunięcia wartości rezonansowego pola magnetycznego, nie wnosząc istotnych elementów związanych z naturą tych rezonansów. Ponadto, pominięcie oddziaływań kontaktowych znacznie ułatwia analizę problemu.

Jeśli oba atomy w stanie $m_F = +1$ są w stanie podstawowym środka masy,

$$\phi_0(\rho, \varphi, z) = e^{-(\rho^2 - \beta z^2)/2}, \quad (4.3)$$

o energii

$$E_0 = 1 + \frac{1}{2}\beta, \quad (4.4)$$

(gdzie $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$) to w wyniku oddziaływań dipolowych, jeden lub oba atomy mogą zostać przeniesione do stanu $m_F = 0$ oraz stanu wzbudzonego środka masy. Przejście do stanu $m_F = -1$ jest przejściem drugiego rzędu w oddziaływaniach dipolowych, dlatego w tym uproszczonym modelu je zaniedbam. Oddziaływania dipolowe sprzęgają więc stan (4.3) z jednym ze stanów wzbudzonych pułapki

$$\phi_{nk}(\rho, \varphi, z) = N_{nk} e^{-(\rho^2 - \beta z^2)/2} \rho L_n^1(\rho^2) H_k(\sqrt{\beta}z) e^{i\varphi}, \quad (4.5)$$

gdzie N_{nk} jest czynnikiem normalizacyjnym, L_n^1 to stowarzyszone wielomiany Laguera, H_k to wielomiany Hermita, a φ jest kątem azymutalnym wektora \mathbf{r} . Ze względu na zachowanie rzutu całkowitego momentu pędu, zmianie rzutu spinu na oś 'z' o $\Delta m_F = -1$ musi towarzyszyć zwiększenie rzutu orbitalnego momentu pędu o jeden, $\Delta m = 1$. Dlatego stan początkowy ϕ_0 sprzęga się jedynie ze stanami odpowiadającymi L_n^1 . W ogólności stany własne oscylatora harmonicznego dane są przez $L_n^{|m|}$. Energie własne tych stanów (zaniedbując bardzo małe poprawki od sił dipolowych) to:

$$E_{nk} = (n + 2\beta k) + \frac{5}{2}. \quad (4.6)$$

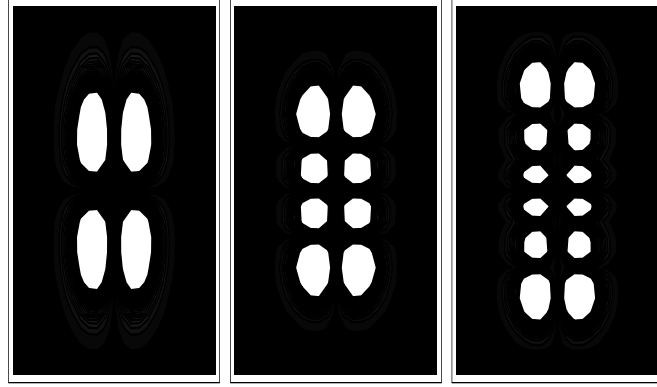
Amplitudy przeskoku atomów ze stanu $m_F = 1$ do stanu $m_F = 0$ dane są całkami:

$$\langle \phi_0(\rho_2, \varphi_2, z_2) \phi_{n_1 k_1}(\rho_1, \varphi_1, z_1) | V_{dip}(r_1 - r_2) | \phi_0(\rho_1, \varphi_1, z_1) \phi_0(\rho_2, \varphi_2, z_2) \rangle = \varepsilon_{n_1 k_1}^{(1)}, \quad (4.7)$$

co opisuje przeskoczenie jednego atomu z $m_F = 1$ i $\phi_0(\mathbf{r})$ do $m_F = 0$ i $\phi_{n_1 k_1}(\mathbf{r})$ oraz

$$\langle \phi_{n_2 1 k_2}(\rho_2, \varphi_2, z_2) \phi_{n_1 1 k_1}(\rho_1, \varphi_1, z_1) | V_{dip}(r_1 - r_2) | \phi_0(\rho_1, \varphi_1, z_1) \phi_0(\rho_2, \varphi_2, z_2) \rangle = \varepsilon_{n_1 k_1, n_2 k_2}^{(2)} \quad (4.8)$$

co opisuje jednoczesny przeskok dwóch atomów ze stanu $m_F = 1$ i $\phi_0(\mathbf{r})$ do $m_F = 0$ i $\phi_{n_1 k_1}(\mathbf{r}_1)$ $\phi_{n_2 k_2}(\mathbf{r}_2)$. Elementy macierzowe $\varepsilon_{n_1 k_1}^{(1)}$ i $\varepsilon_{n_1 k_1, n_2 k_2}^{(2)}$ są odpowiedzialne za te przeskoki. Wyraz $\varepsilon_{n_1 k_1, n_2 k_2}^{(2)}$ jest różny od zera, jeśli liczby kwantowe k_1, k_2 , które mówią o wzbudzeniu w kierunku ‘z’, spełniają warunek $k_1 + k_2 = 2j$ ($j = 0, 1, 2, 3, \dots$). Aby wyraz $\varepsilon_{n_1 k_1}^{(1)}$ był niezerowy, liczba kwantowa k_1 musi przyjmować wartości nieparzyste. Amplitudy (4.7) i (4.8) szybko maleją wraz ze wzrostem energii stanu, do którego następują przeskoki. Dlatego najłatwiej jest zaobserwować przejścia do stanów opisanych małymi liczbami kwantowymi n i k . W przypadku geometrii “cygara” ($\beta < 1$) najniższe wzbudzenia są wzbudzeniami w kierunku osi ‘z’ ($k \neq 0$). W szczególności dominuje proces, dla którego $k = 1$, $n = 1$, czyli jeden z atomów przechodzi do stanu $\phi_{11}(\mathbf{r})$. Gęstości odpowiadające stanom z $n=1$, $k=1, 3$ i 5 są przedstawione na rysunku (rys. 27). Widać, że ich geometria odpowiada gęstościom atomowym stanów otrzymanych w pełnych obliczeniach dla dużej liczby cząstek (rys. 20). Warto zwrócić uwagę, że w przypadku geometrii typu ‘dysk’,



Rysunek 27: Stany $|\phi_{1k}(\mathbf{r})|^2$ dla $k = 1$, $k = 3$ oraz $k = 5$, czyli dla kolejnych wzbudzeń wzdłuż osi ‘z’. Struktury są niemal identyczne, jak dla przypadku $N = 5 \times 10^4$ atomów (patrz rys. 20).

niskie stany wzbudzone odpowiadają $k_1 = k_2 = 0$, $n = 2$.

Elementy macierzowe $\varepsilon_{n_1 k_1}^{(1)}$ i $\varepsilon_{n_1 k_1, n_2 k_2}^{(2)}$ są małe dla atomów ^{87}Rb w typowej pułapce. W rozważanym przypadku wynoszą one $\varepsilon_{11}^{(1)} = 1,33 \times 10^{-6}$ (w jednostkach oscylatorowych), $\varepsilon_{10}^{(2)} = 3,15 \times 10^{-6}$ oraz $\varepsilon_{11}^{(2)} = 1,26 \times 10^{-6}$. Dla porównania, energia stanu podstawowego (4.4) to $E_0 = 1,25$, zaś energie stanów wzbudzonych (4.6) wynoszą $E_{10} = 2,25$ oraz $E_{11} = 2,75$. Wartości elementów macierzowych $\varepsilon_{n_1 k_1}^{(1)}$ i $\varepsilon_{n_1 k_1, n_2 k_2}^{(2)}$ zależą od momentu magnetycznego atomu.

Przejście do stanów wzbudzonych jest wydajne, jeśli energie oddziaływań dipolowych $\varepsilon_{n_1 k_1}^{(1)}$ lub $\varepsilon_{n_1 k_1, n_2 k_2}^{(2)}$ są rzędu różnicy energii układu dwóch atomów w stanie końcowym i początkowym. Dla procesów, gdy zmienia się spin tylko jednego atomu (patrz 4.7) ta

różnica energii wynosi $\Delta E_{n_1 k_1}^{(0)} = E_{n_1 1 k_1} - E_0$, zaś w sytuacji, gdy dwa atomy zmieniają spin $\Delta E_{n_1 k_1, n_2 k_2}^{(0)} = E_{n_1 1 k_1} + E_{n_2 1 k_2} - 2E_0$. Dla typowych pułapek $\Delta E^{(0)} \gg \varepsilon_{n_1 k_1}^{(1)}, \varepsilon_{n_1 k_1, n_2 k_2}^{(2)}$.

Zauważmy, że w stanie początkowym rzut spinu obu atomów na oś 'z' wynosi $m_F = +1$, czyli wypadkowy rzut spinu na oś 'z' jest równy $+2$. Jeśli spin jednego z atomów przeskoczy do stanu $m_F = 0$, to sumaryczny rzut spinu układu dwóch atomów w stanie końcowym wynosi $+1$. Z tego powodu, stan początkowy i końcowy doznają różnych przesunięć zeemansowskich, gdy układ znajduje się w słabym polu magnetycznym \mathbf{B} . Wtedy różnica energii układu w stanie końcowym i początkowym wynosi

$$\Delta E_{n_1 k_1}^B = \Delta E_{n_1 k_1}^{(0)} + \mu B. \quad (4.9)$$

Można więc tak dobrać pole magnetyczne, aby energie początkowe i końcowe układu były sobie równe. W szczególności, dla procesów, gdy jeden z dwóch atomów w wyniku oddziaływania zmienia spin, różnica energii końcowej i początkowej układu wynosi:

$$\Delta E_{n_1 k_1}^B = n_1 + \frac{3}{2} + \beta \left(2k_1 - \frac{1}{2} \right) + \mu B. \quad (4.10)$$

Warunek rezonansu, $\Delta E_{n_1 k_1}^B = 0$, daje wartość rezonansowego pola

$$\mu B_{rez} = - \left(n_1 + \beta \left(2k_1 - \frac{1}{2} \right) + \frac{3}{2} \right). \quad (4.11)$$

Podobnie jest w przypadku, gdy oba atomy zmieniają spin i przechodzą do stanu $\phi_{n_1 k_1}(\mathbf{r}_1) \phi_{n_2 k_2}(\mathbf{r}_2)$. Wtedy różnica energii końcowej i początkowej dana jest przez

$$\Delta E_{n_1 k_1, n_2 k_2}^B = \Delta E_{n_1 k_1, n_2 k_2}^{(0)} + 2\mu B, \quad (4.12)$$

co prowadzi do rezonansowej wartości pola

$$2\mu B_{rez} = - (n_1 + n_2 + 3 + \beta (2k_1 + 2k_2 - 1)). \quad (4.13)$$

Widać, że wybierając odpowiednią wartość B_{rez} można wybrać stan środka masy atomu, do którego następuje przejście. Słabe oddziaływanie dipolowe, o energii dipolowej mniejszej niż energie wzbudzeń w pułapce, są więc bardzo selektywne. Wybierając odpowiednią wartość pola B , można dostroić się do wybranego przejścia. Czyli dla każdej wartości B_{rez} istnieje jeden (pomijając przypadkową degenerację) stan końcowy, do którego przeskakują atomy.

Ten uproszczony model jest zgodny z moimi wcześniejszymi rezultatami numerycznymi. Ze względu na pominięcie oddziaływań kontaktowych oraz ograniczenie rozważań do dwóch atomów nie pozwala on na znalezienie rezonansowych wartości pola w przypadku wielu cząstek, który badałem numerycznie w tym rozdziale rozprawy.

Moje rachunki numeryczne odpowiadają w większości geometrii cygara, dlatego najsilniejsze rezonanse odpowiadają przechodzeniu tylko jednego z oddziałujących atomów do wybranych stanów wzbudzonych wzdłuż osi 'z', które odpowiadają nieparzystym wielomianom Hermita. Dla nich obserwuje się parzystą liczbę pierścieni w stanie $m_F = 0$. W przypadku, gdy mam do czynienia z pułapką w kształcie dysku, nisko leżące stany, do których przechodzą atomy, odpowiadają wzbudzeniom w kierunku radialnym. Struktury gęstości atomowych będą więc określone kształtem związanym z wielomianami Laguera L_n^1 . W pułapce sferycznie symetrycznej, wzbudzenia we wszystkich kierunkach odpowiadają tej samej energii, więc końcowe struktury gęstości atomowych w zależności od wartości B_{rez} będą w ogólności dane przez $|\phi_{nk}(\mathbf{r})|^2$, dla $n = 1, 2, 3, \dots$ i $k = 0, 1, 2, \dots$.

IV.1 Wnioski

Rachunki numeryczne przedstawione w tej części rozprawy pokazują zarówno rezonansowy charakter oddziaływań dipolowych jak również ich selektywność. Z rezonansami magnetycznymi związane są również bogate struktury w gęstościach atomowych.

W celu wyjaśnienia obserwowanych struktur oraz rezonansów magnetycznych użyłem prostego modelu dwucząstkowego. Model ten pozwolił na zrozumienie natury powstawania rezonansów i tworzenia się struktur pojawiających się w przekrojach gęstości. Model jest uproszczony i nie pozwala na dokładne wyznaczenie rezonansowej wartości pola magnetycznego. W przypadku wielu ciał, dynamika jest opisana nieliniowym równaniem. Wówczas energie własne jak i stany własne układu zależą od obsadzenia tych stanów. Stąd znalezienie rezonansowych wartości pól magnetycznych wymaga użycia technik numerycznych.

Słabe oddziaływania dipolowe są bardzo selektywne. Wybierając konkretną wartość pola można dostroić się do określonego poziomu wzbudzonego w pułapce. Oddziaływania dipolowe w przypadku braku rezonansu są pomijalne i nie prowadzą do transferu atomów ze stanu $m_F = 1$ do innych stanów.

Doświadczalne potwierdzenie moich obliczeń jest uzależnione od możliwości precyzyjnego strojenia małych (rzędu $\sim 1\text{mG}$) pól magnetycznych. Szerokości rezonansów są rzędu $\sim 10^{-2}\text{mG}$. Wydaje się, że tak dokładne kontrolowanie wartości pola \mathbf{B} nie jest możliwe. Gdyby jednak zamiast rubidu użyć atomy chromu, to szerokość rezonansów byłaby rzędu $\sim 1\text{mG}$. Taką dokładność uzyskuje się w doświadczeniach z zimnymi atomami, co stwarza nadzieję na doświadczalną realizację opisanego w tym rozdziale efektu.

V Stany topologiczne kondensatu Bosego-Einsteina na plakietce

W poprzednich rozdziałach rozprawy doktorskiej wykazałem, że w pewnych warunkach oddziaływania dipolowe mogą być bardzo istotne. W szczególności, oddziaływania dipolowe przejawiają się w układach o dużej gęstości. Układem takim może być sieć optyczna, gdzie lokalnie (w węzłach sieci) mogą występować duże gęstości. Postęp w rozwoju technik doświadczalnych pozwolił na wytworzenie nowych typów sieci optycznych, takich jak supersieci czy sieci sprzężonych plakietek [65]. Od tego czasu gazy fermionowe i bozonowe w sieciach optycznych są intensywnie badane zarówno doświadczalnie jak i teoretycznie [20, 21, 66, 67]. Wierzy się, że takie układy mogą mieć zastosowanie przy tworzeniu nowych technologii takich jak bramki kwantowe, kwantowe symulatory, przetwarzanie informacji kwantowych i w dalszych badaniach nad zdegenerowanymi gazami kwantowymi.

Dzięki sieciom optycznym możliwe jest wytworzenie periodycznego układu zimnych atomów, które ze względu na małe tunelowanie mogą ze sobą nie oddziaływać lub oddziaływać bardzo słabo. Z drugiej strony, przy dużym tunelowaniu można się spodziewać oddziaływania atomów zlokalizowanych w sąsiednich oczkach. Takie układy dają możliwość badania modeli Bosego-Hubbarda, zaczerpniętych z fizyki ciała stałego, które przewidują istnienie przejścia kwantowego izolator Motta – faza nadciekła [20, 21, 66].

Efekt Einsteina-de Haasa badany teoretycznie w chromie i rubidzie a opisywany w [30, 38], jak również w poprzednim rozdziale tej rozprawy, jest najbardziej spektakularnym przejawem oddziaływań dipolowych w tych ultrazimnych gazach.

W tej części rozprawy skupię się na badaniu stanów topologicznych spinorowego kondensatu rubidowego na pojedynczej plakietce, złożonej z czterech minimów potencjału. Rozpatruję sytuację, gdzie występuje duże obsadzenie plakietki, co pozwala na wykorzystanie pola średniego do opisu tego zaganienia. Gdy kondensat jest uwięziony w sieci pułapek, gdzie gęstość atomów w pojedynczym oczku może być większa niż w typowej pułapce harmoniczej, oddziaływania dipolowe mogą ukazać nowe, ciekawe aspekty. W takim układzie, potencjał pułapkujący ma dyskretną symetrię C_4 [68, 69], więc w ogólności całkowity moment pędu nie musi być zachowany. Pojedynczy węzeł sieci ma jednak lokalną symetrię osiową. Względna waga lokalnej osiowej symetrii oczka plakietki oraz dyskretnej symetrii całej plakietki może być kontrolowana poprzez wysokość bariery potencjału między oczkami sieci.

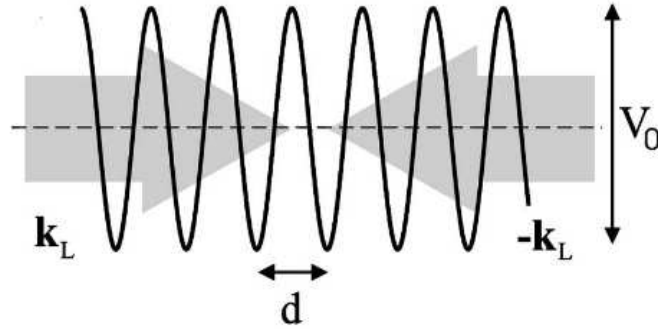
Do wytworzenia sieci optycznej dla atomów ^{87}Rb wykorzystuje się lasery działające w podczerwieni o długości fali $\lambda = 850\text{nm}$ [20, 70, 71]. Jeżeli użyje się dwóch przeciwnie skierowanych wiązek lasera, powstanie fala stojąca o wysokości V_0 (określona natężeniem wiązki) i okresie

równym połowie długości fali $d = \lambda/2$ (rys. 28).

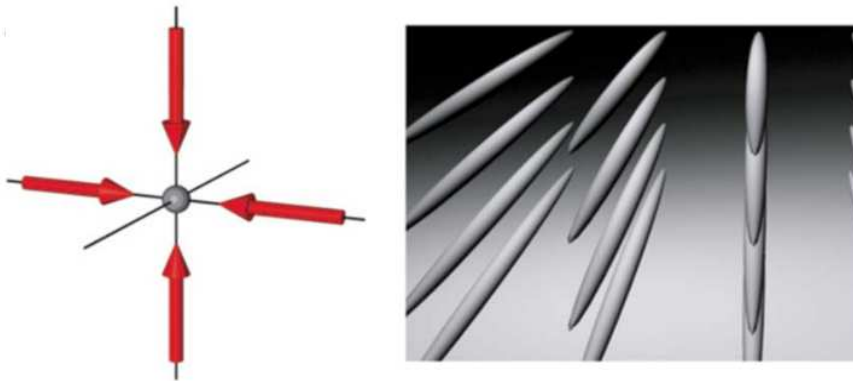
Używając dwóch par przeciwbieżnych wiązek lasera można stworzyć sieć cygar (rys. 29). Potencjał pułapkujący ma w takim przypadku postać:

$$V_{latt}(\mathbf{r}) = V_{0x} \cos^2(k_L x) + V_{0y} \cos^2(k_L y), \quad (5.1)$$

gdzie V_{0x} i V_{0y} są wysokościami bariery w kierunkach 'X' i 'Y', zaś $k_L = 2\pi/\lambda$.



Rysunek 28: Tworzenie sieci optycznej. Dwie przeciwbieżne wiązki lasera o długości fali λ tworzą falę stojącą o okresie $d = \lambda/2$ i wysokości V_0 . Obrazek pochodzi z pracy [71].



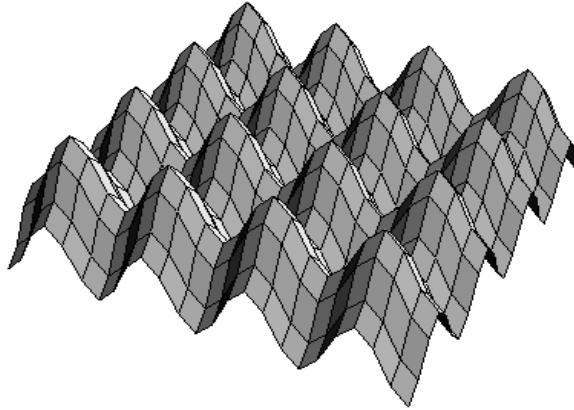
Rysunek 29: Dwuwymiarowa sieć optyczna. Układ składa się z sieci cygar rozmieszczonych w odległości równej stałej sieci określonej przez połowę długości światła lasera użytego do wytworzenia potencjału periodycznego. Obrazek pochodzi z pracy [70].

Rysunek 30 przedstawia potencjał periodyczny zadany równaniem (5.1). W przypadku trójwymiarowej sieci należy użyć trzech par przeciwbieżnych wiązek, co można opisać

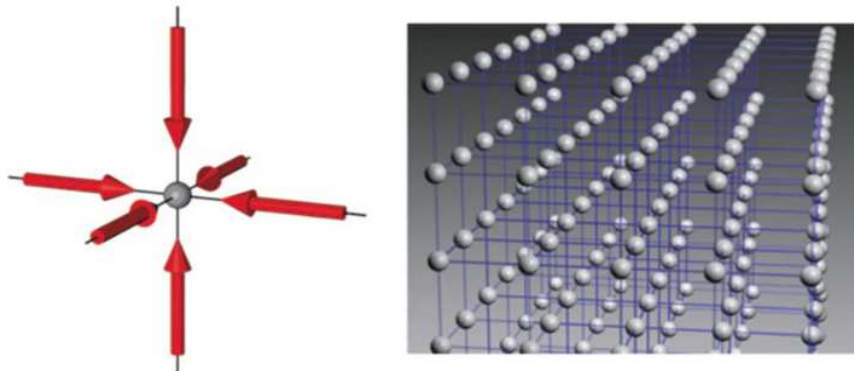
potencjałem w postaci (5.2)

$$V_{latt}(\mathbf{r}) = V_{0x} \cos^2(k_L x) + V_{0y} \cos^2(k_L y) + V_{0z} \cos^2(k_L z), \quad (5.2)$$

gdzie V_{0z} jest wysokością bariery w kierunku 'Z'.



Rysunek 30: Widok trójwymiarowej sieci optycznej. Potencjał pułapkujący ma postać 5.1.



Rysunek 31: Trójwymiarowa sieć optyczna. Układ składa się z sieci kul rozmieszczonych w odległości równej stałej sieci określonej przez połowę długości światła lasera użytego do wytworzenia potencjału periodycznego. Obrazek pochodzi z pracy [70].

Rozpatruję układ, w którym atomy ^{87}Rb są umieszczone na kwadratowej plakietce zawierającej cztery pułapki optyczne (cztery oczka sieci) [72]. Dla przeciwbieżnych wiązek lasera o długości fali $\lambda = 850\text{nm}$ tworzących sieć optyczną, odległości między oczkami sieci wynoszą $d = 425\text{nm}$. Aby uzyskać możliwie dużo atomów w składniku $m_F = 0$ dla

rezonansowej wartości pola magnetycznego oraz uwzględniając “ciasną” geometrię, przygotowałem układ zawierający w stanie początkowym $N_1 = 1000$ atomów na oczko. Taka liczba atomów pozwala również na opisanie problemu polem klasycznym. Ze względu na trójciałowe straty, gęstość atomów w kondensacie nie powinna być większa, niż $\rho \sim 10^{15}$ atomów/cm³. Aby nie przekroczyć granicznej wartości gęstości, niezbędne było utworzenie sieci kondensatów w kształcie cygar. Do pułapkowania atomów użyłem więc następującego potencjału:

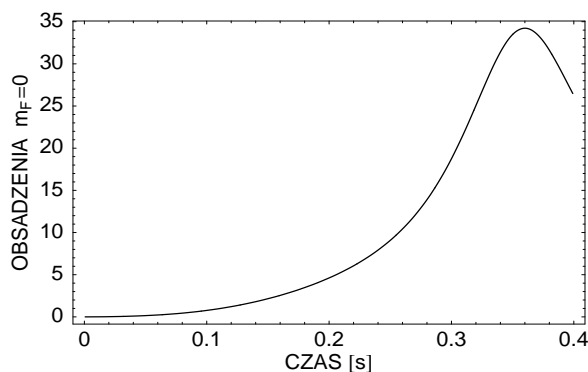
$$V_{tr}(\mathbf{r}) = V_0 (\cos^2(k_0x) + \cos^2(k_0y)) + \frac{1}{2}m\omega_r^2 (x^2 + y^2 + \beta^2z^2). \quad (5.3)$$

gdzie $\omega_r = 2\pi \times 100\text{Hz}$, $\beta = \omega_z/\omega_r$, zaś V_0 jest wysokością bariery wyrażoną w energiach odrzutu [71]:

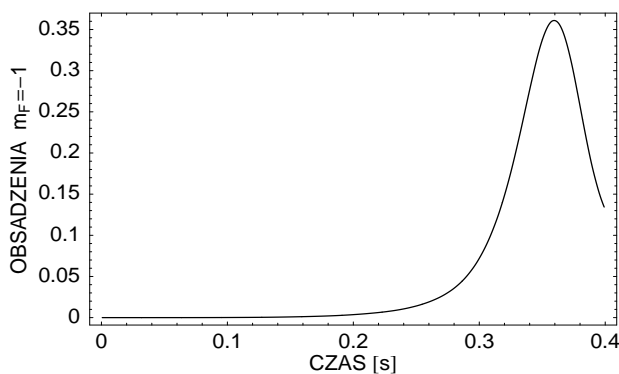
$$E_r = \frac{\hbar^2 k_L^2}{2m_{Rb}}, \quad (5.4)$$

gdzie $k_L = 2\pi/\lambda$, zaś m_{Rb} to masa rubidu ⁸⁷Rb.

Oprócz periodycznego potencjału plakietki, układ znajduje się w słabym potencjale harmonicznym. Pozostałe parametry symulacji to: siatka $2^5 \times 2^5 \times 2^6$ punktów, kroki przestrzenne $dx = dy = 0,03\mu\text{m}$, $dz = 0,4\mu\text{m}$, krok czasowy $dt = 8 \times 10^{-7}\text{s}$, głębokość potencjału periodycznego $V_0 = 8$ oraz $N_1 = 4000$ atomów (1000 atomów na oczko). W dalszej części zakładam, że pole magnetyczne \mathbf{B} jest skierowane wzdłuż osi ‘Z’. Ponadto, wyżej wymienione pole magnetyczne jest słabe, co pozwala na zaniechanie kwadratowego efektu Zeemana. Ponieważ obsadzenie stanu $m_F = 1$ jest makroskopowe, można opisać układ spinorową funkcją falową, spełniającą równanie Grossa-Pitaevskiego. W efekcie Einsteina-de Haasa, jak wykazałem w poprzednim rozdziale, istnieje wiele wartości pól rezonansowych, pozwalających na transfer atomów ze stanu $m_F = 1$ do pozostałych stanów zeemanowskich. W tym zagadnieniu skupię się na najmniejszej wartości pola rezonansowego, które zarazem daje najwydajniejszy transfer atomów do stanów $m_F = 0, -1$. Dla wyżej wymienionych parametrów wartość pola magnetycznego w pierwszym rezonansie wynosi $B_z = 0,38\text{mG}$. Po czasie $t=0,36\text{s}$ uzyskałem $N_0 = 35$ atomów w stanie $m_F = 0$ (rys. 32). Ze względu na znikomy transfer atomów do stanu $m_F = -1$, $N_{-1} = 0,35$ (rys. 33), a więc dziesięciokrotnie mniejszy, niż do składnika $m_F = 0$, w tej części pracy nie będę się tym składnikiem zajmował. Jest on jednak uwzględniony we wszystkich moich symulacjach. Rysunek 34 przedstawia przekroje gęstości i fazę w płaszczyźnie ‘XY’ oraz przekrój gęstości w płaszczyźnie ‘XZ’ w składniku $m_F = 0$. Dla przypadku, gdy wysokość bariery wynosi $V_0 = 8$, nie powstają wiry w poszczególnych oczkach w składniku magnetycznym $m_F = 0$ (co jest charakterystyczne w efekcie Einsteina-de Haasa), ale



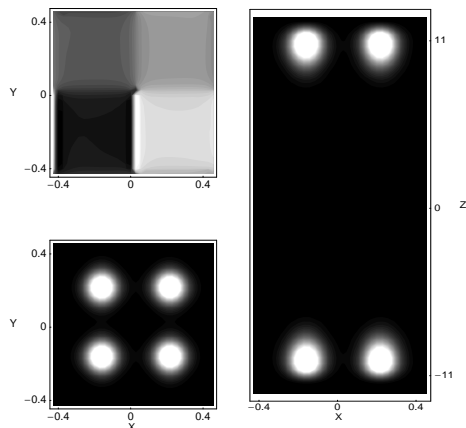
Rysunek 32: Transfer atomów do składnika $m_F = 0$ w funkcji czasu. Wysokość bariery wynosi $V_0 = 8$, $N_0 \approx 9$ atomów na oczko, pole rezonansowe wynosi $B_z = 0,38\text{mG}$. Maksymalne obsadzenie stanu następuje po czasie $t \approx 0,36\text{s}$.



Rysunek 33: Transfer atomów do składnika $m_F = -1$ w funkcji czasu. Wysokość bariery wynosi $V_0 = 8$, $N_{-1} \approx 0,9$ atomów na oczko. Pole rezonansowe wynosi $B_z = 0,38\text{mG}$.

wyraźnie widoczny jest dyskretny wir o ładunku topologicznym $M=1$ w tym stanie. Defekt fazy występuje w obszarze o znikomo małej gęstości atomów. Widoczne jest również charakterystyczne rozseparowanie kondensatu wzdłuż osi 'z' na dwie części. Faza atomowej funkcji falowej "nawija" się o 2π wokół środka plakietki. Należy zauważyć, że faza jest stała w obszarze, w którym znajduje się pojedyncze oczko sieci. Topologia uzyskanego stanu końcowego pokazuje, że przy niskiej barierze potencjału pomiędzy oczkami sieci (co odpowiada dużemu tunelowaniu), globalna dyskretna symetria dominuje nad lokalną osiową symetrią poszczególnych oczek sieci. Nieobecność wirów w poszczególnych oczkach wynika z małej głębokości potencjału sieci, a więc dużego tunelowania między oczkami sieci. Tak samo jest w przypadku, gdy $V_0 = 15$.

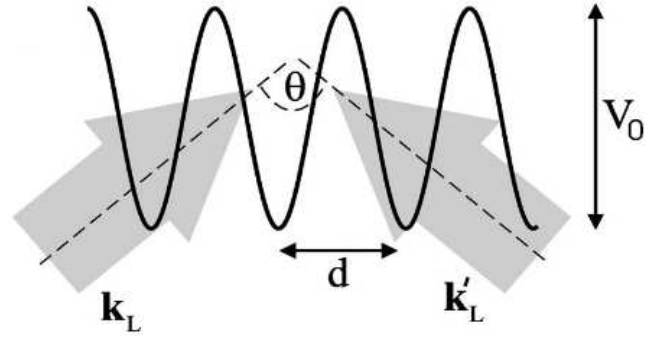
Topologia stanu końcowego zmienia się, gdy tunelowanie między oczkami sieci jest znacznie mniejsze. Zmniejszenie tunelowania poprzez dalsze pogłębianie sieci nie jest



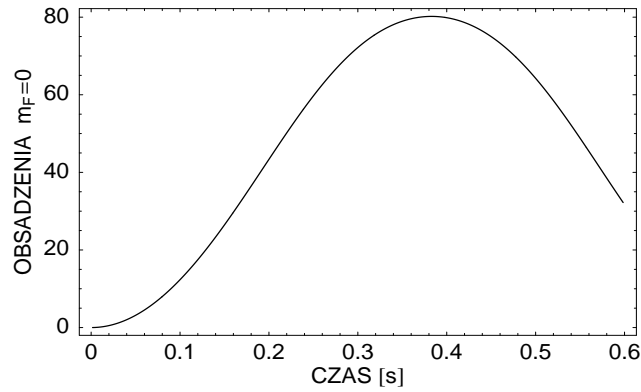
Rysunek 34: Sieć cygar w składniku $m_F = 0$. Od lewej: faza (górną) i gęstość (dół) w płaszczyźnie ‘XY’ dla $z = 11\mu\text{m}$ oraz gęstość (po prawej) w płaszczyźnie ‘XZ’ dla $y = 0,2\mu\text{m}$. Wysokość bariery wynosi $V_0 = 8$, $N_0 \approx 9$ atomów na oczko. Rysunek na górze po lewej przedstawia dyskretną fazę w składniku $m_F = 0$, co sugeruje istnienie dużego współczynnika tunelowania.

możliwe w tym układzie ze względu na wzrost gęstości, który prowadzi do wzrostu strat trójciałowych. Ponadto, konieczne byłoby użycie potencjału o głębokości większej, niż można osiągnąć doświadczalnie. Aby zmniejszyć tunelowanie między oczkami, należy nieco zmienić geometrię układu – powiększyć odległość między oczkami plakietki. Można to osiągnąć zmniejszając kąt pomiędzy wiązkami lasera tworzącymi potencjał periodyczny (rys. 35). W dalszej części tego rozdziału zakładam, że $d = 4,25\mu\text{m}$.

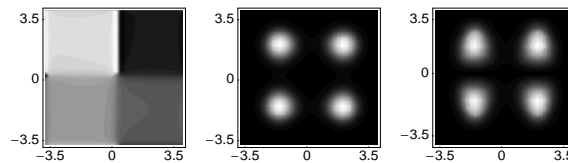
Do realizacji symulacji w “luźnej” geometrii zadałem następujące parametry. Siatka w kierunkach X, Y i Z to $2^5 \times 2^5 \times 2^4$ punktów, kroki przestrzenne $dx = dy = 0.25\mu\text{m}$, $dz = 0.5\mu\text{m}$, krok czasowy $dt = 8 \times 10^{-7}\text{s}$. Tak jak w poprzednich przypadkach, w stanie początkowym znajdowało się $N_1 = 4000$ atomów. Symulację rozpocząłem od przypadku, gdy bariera potencjału wynosiła $V_0 = 0,1$. Wartość pola magnetycznego odpowiadająca pierwszemu rezonansowi dla tej bariery wynosi $B_z = 0,08\text{mG}$. Transfer atomów do składnika magnetycznego $m_F = 0$ w tym przypadku jest większy i w maksimum wynosi $N_0 = 80$ atomów (rys. 36). Również w tym przypadku, podobnie jak w omawianych powyżej, przy wysokości bariery $V_0 = 0,1$, topologia stanu końcowego jest zdeterminowana dyskretną symetrią sieci. Przekroje gęstości i fazy są podobne, jak w przypadku ciasnej geometrii omawianej poprzednio. Kondensat w kierunku osiowym jest jednak krótszy, niż w przypadku ciasnej geometrii (rys. 37).



Rysunek 35: Tworzenie sieci optycznej. Dwie wiązki lasera o długości fali λ skierowane do siebie pod kątem θ tworzą falę stojącą o okresie $d(\theta) = d / \cos \frac{\theta}{2}$. Pozwala to na uzyskanie oczek sieci bardziej oddalonych, niż w przypadku wiązek przeciwbieżnych. Obrazek pochodzi z pracy [71].

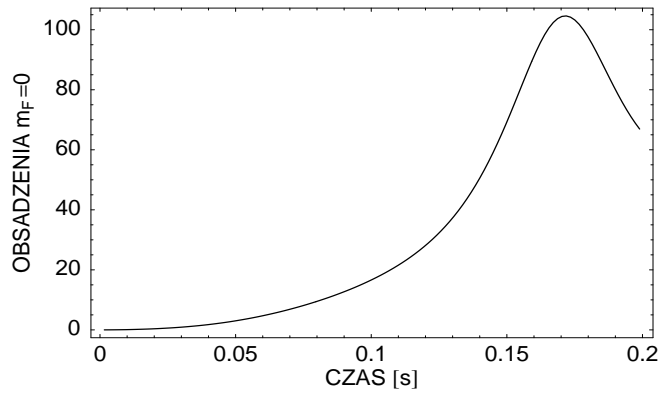


Rysunek 36: Transfer atomów do stanu $m_F = 0$ w funkcji czasu. Wysokość bariery wynosi $V_0 = 0,1$, pole rezonansowe wynosi $B_z = 0,08\text{mG}$.

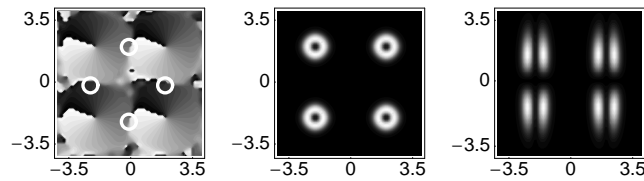


Rysunek 37: Sieć cygar w składniku $m_F = 0$. Od lewej: faza, gęstość w płaszczyźnie 'XY' dla $z = 1,7\mu\text{m}$ oraz gęstość w płaszczyźnie 'XZ' dla $y = 1,7\mu\text{m}$. Wysokość bariery wynosi $V_0 = 0,1$. Duże tunelowanie powoduje powstanie dyskretnego wiru w sieci optycznej. Skala podana jest w μm .

Przy wysokości bariery równej $V_0 = 2$ ($B_z = 0,85\text{mG}$) liczba atomów w składniku $m_F = 0$ osiąga wartość $N_0 = 160$ (rys. 38). Różnice w transferach atomów wynikają z faktu, że zmiana wysokości sieci wpływa na rozciągnięcie lub skurczenie kondensatu w kierunku radialnym, co jak wykazano w [30] ma wpływ na transfer atomów do poszczególnych stanów magnetycznych. W przekrojach gęstości (rys. 39) widać, że w każdym oczku sieci atomy uformowały się w dwa pierścienie - jeden powyżej $z = 0$, drugi zaś poniżej. Faza atomowej funkcji falowej nawija się o 2π wokół środka każdego z oczek sieci. W przypadku $V_0 = 2$ transfer atomów do składnika $m_F = 0$ odbywa się lokalnie, jednak poszczególne oczka ‘widzą się’ - fazy poszczególnych wirów są skorelowane. Skoki fazy w poszczególnych oczkach sieci są zawsze do siebie równoległe. Przy wysokości bariery równej $V_0 = 8$ ($B_z = 1,76\text{mG}$) nie zaobserwowałem żadnych jakościowych zmian w wynikach symulacji.



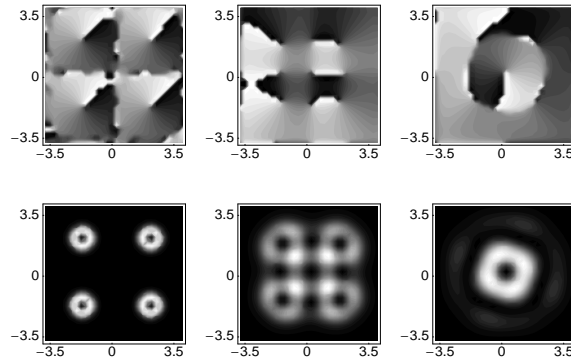
Rysunek 38: Transfer atomów do stanu $m_F = 0$ w funkcji czasu. Wysokość bariery wynosi $V_0 = 2$, pole rezonansowe wynosi $B_z = 0,85\text{mG}$. Maksymalny transfer dla tej wartości pola magnetycznego następuje po czasie $t = 0,17\text{s}$.



Rysunek 39: Sieć cygar w składniku $m_F = 0$. Od lewej: faza i gęstość w płaszczyźnie ‘XY’ dla $z = 1,7\mu\text{m}$ oraz gęstość w płaszczyźnie ‘XZ’ dla $y = 1,75\mu\text{m}$. Wysokość bariery wynosi $V_0 = 2$. $N_0 = 40$ atomów na oczko w chwili $t = 0,17\text{s}$, odpowiadającej maksymalnemu transferowi. Białe okręgi na rysunku fazy pokazują obszary małej gęstości, w których znajdują się osobliwości. Skala podana jest w μm .

Przekroje fazy przy wysokości bariery $V_0 = 2$ (rys. 39), pokazują wyraźnie cztery duże wiry w oczkach sieci oraz jeden wir w obszarze zerowej gęstości w centrum plakietki, wszystkie o ładunku topologicznym $M = 1$. Ponadto, z policzenia cyrkulacji wokół każdego punktu na sieci w płaszczyźnie ‘XY’ przy zadanej wartości z wynika, że na plakietce znajdują się również wiry o przeciwnym ładunku topologicznym. Miejsca tych osobliwości zaznaczone są na rysunku (rys. 39) białymi okręgami.

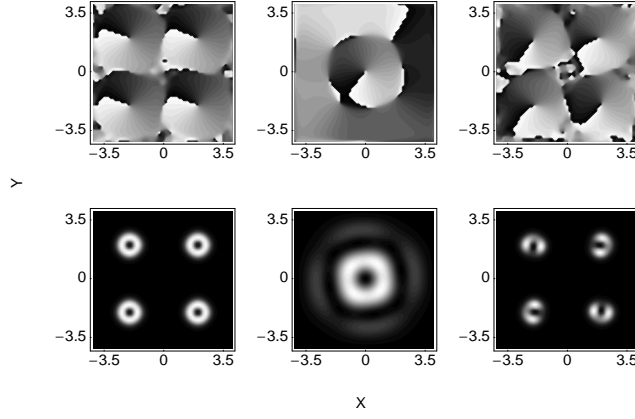
Można zadać pytanie, co się stanie, gdy w układzie powoli się obniży wysokość sieci? Obniżanie bariery (a później również jej podnoszenie) wykonuję przy wyłączonym polu magnetycznym. Taki zabieg jest niezbędny do rozsunęcia poziomów magnetycznych i tym samym zablokowania przepływu atomów między stanami magnetycznymi. W przypadku, gdy układ jest przygotowany z barierą o wysokości $V_0 = 2$ i barierę opuszcza się do wartości $V_0 = 0$, powstaje pojedynczy pierścień gęstości wokół środka pułapki powyżej i poniżej $z = 0$. Ostatecznie, po obniżeniu bariery do $V_0 = 0$, w układzie zaczyna dominować



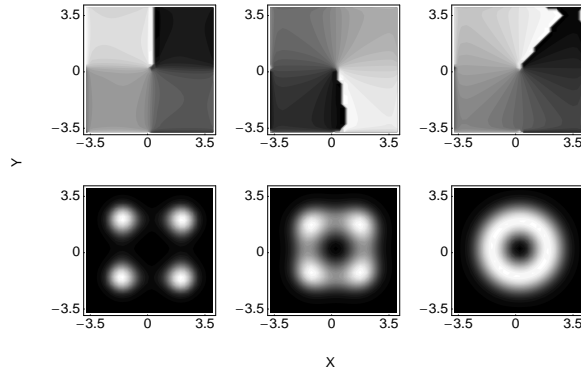
Rysunek 40: Opuszczanie bariery potencjału z wartości $V_0 = 2$ do wartości $V_0 = 0$. Górny panel przedstawia fazę, dolny - gęstość dla $V_0 = 2$ (po lewej), $V_0 = 0, 1$ (po środku) $V_0 = 0$ (po prawej). Opuszczanie bariery następuje w czasie $t = 0, 3s$. Rysunek przedstawia stan $m_F = 0$. Skala podana jest w μm .

wir o ładunku $M = 1$ w centrum plakietki (rys. 40), zaś wartość składowej ‘z’ orbitalnego momentu pędu wynosi $\langle L_z \rangle = 1$. Ponowne podniesienie bariery do pierwotnej wartości powoduje odtworzenie stanu wyjściowego (rys. 41). Opuszczenie bariery do zera w badanym układzie nie spowodowało zaniku osobliwości. Dzięki temu, układ “pamięta” swój stan początkowy i “wraca” do niego po podniesieniu bariery.

W przypadku, gdy układ jest przygotowany z barierą o wysokości $V_0 = 0, 1$ i barierę opuszcza się do wartości $V_0 = 0$, następuje zlanie się atomów z czterech oczek w jeden pierścień. W tym przypadku również powstaje wir o ładunku topologicznym $M = 1$, przy czym faza wykazująca dyskretne skoki dla $V_0 = 0, 1$ zmienia się w sposób ciągły



Rysunek 41: Faza (górną) i gęstość (dół) w płaszczyźnie ‘XY’ ($z = 2\mu\text{m}$) w składniku $m_F = 0$ przy obniżaniu i podnoszeniu bariery potencjału sieci. Potencjał ma wysokość $V_0 = 2$ (z lewej) w chwili odpowiadającej maksimum transferu, $V_0 = 0$ (po środku) 0.15s po opuszczeniu bariery (opuszczanie bariery trwa $t = 0,3\text{s}$) oraz ponowne podniesienie bariery do początkowej wartości w czasie 1s. Skala podana jest w μm .

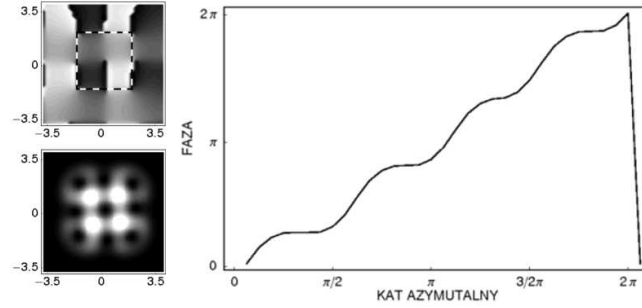


Rysunek 42: Opuszczanie bariery potencjału z wartości $V_0 = 0,1$ do wartości $V_0 = 0$. Górny panel przedstawia fazę, dolny - gęstość dla $V_0 = 0,1$ (po lewej), $V_0 = 0,05$ (po środku) $V_0 = 0$ (po prawej). Opuszczanie bariery następuje w czasie $t = 0,3\text{s}$. Rysunek przedstawia stan $m_F = 0$. Skala podana jest w μm .

dla $V_0 = 0$. (rys. 42). Ponowne podniesienie bariery do pierwotnej wartości powoduje odtworzenie stanu wyjściowego, w tym również odtworzenie dyskretnego wiru.

W przypadku opuszczania bariery z wartości $V_0 = 2$ do $V_0 = 0$ jest moment, w którym wysokość bariery jest równa $V_0 = 0,1$. Jeżeli popatrzymy na przekroje gęstości i fazy przy tej wysokości bariery nie zauważymy globalnej dyskretnej symetrii układu, takiej jaka była w stanie końcowym dla przypadku z (rys. 37). Przełączanie między stanami wytworzonymi przy $V_0 = 0,1$ oraz $V_0 = 2$ przez adyabatyczną zmianę wysokości bariery

nie jest więc możliwe. Jest to spowodowane tym, że obydwa stany mają inną strukturę topologiczną. Stan otrzymany dla $V_0 = 0, 1$ ma tylko jeden wir o ładunku topologicznym $M = +1$, natomiast stan otrzymany dla wysokiej bariery $V_0 = 2$ ma pięć wirów o $M = +1$ i cztery wiry o ładunku $M = -1$. Wszystkie te osobliwości są stabilne i nie giną w czasie przełączania bariery. Widoczne są jednak skoki fazy w środkowej części pułapki (rys. 43), podobnie jak dla dyskretnego wiru.



Rysunek 43: Przekrój fazy (z góry po lewej), gęstości (z dołu po prawej) w płaszczyźnie ‘x-y’ dla $z = 2\mu\text{m}$ i faza w funkcji kąta azymutalnego (po prawej) dla opuszczania bariery potencjału z $V_0 = 2$ do $V_0 = 0$ przy wysokości $V_0 = 0, 1$. Faza zmienia się skokowo w obszarze zaznaczonym linią przerywaną na obrazku górnym po lewej. Skala dla przekrojów gęstości i fazy podana jest w μm .

V.1 Wnioski

Analiza efektu Einsteina-de Haasa w sieci optycznej wykonanej dla różnych wysokości barier potencjału między poszczególnymi oczkami sieci pokazała istnienie różnych stanów topologicznych układu. W układzie z dużym tunelowaniem między oczkami sieci globalna dyskretna symetria dominuje nad lokalną osiową symetrią poszczególnych oczek sieci.

W przypadku wysokiej bariery rozdzielającej oczka sieci (małe tunelowanie) w strukturze otrzymanej funkcji falowej w składniku o magnetyzacji $m_F = 0$ przejawia się zarówno lokalna, osiowa symetria oczka (powstają wiry o ładunku topologicznym $M = +1$ w każdym oczku) jak i dyskretna symetria C_4 plakietki. Zmieniając wysokość bariery nie można “przełączyć” stanów z jednej geometrii do drugiej. Nawet po wyłączeniu potencjału periodycznego, kiedy rozkład gęstości atomowej w obu badanych przypadkach jest zbliżony, po ponownym włączeniu potencjału periodycznego układ wraca do pierwotnych stanów.

Analiza problemu pozwala na stwierdzenie, że nie ma możliwości przechodzenia między opisanymi stanami ze względu na ich różną strukturę topologiczną.

Zmiana układu, a zarazem potencjału spowodowała, że pole rezonansowe, którego użyto do przetrzucania atomów ze składnika $m_F = 1$ do pozostałych stanów magnetycznych wzrosło do wartości, które w niedalekiej przyszłości mogą być kontrolowane doświadczalnie, a mianowicie $B_z = 0,83\text{mG}$ (dla $V_0 = 2$) oraz $B_z = 1,76\text{mG}$ (dla $V_0 = 8$). Daje to możliwość doświadczalnej realizacji omawianego zjawiska.

VI Podsumowanie

Głównym celem pracy było zbadanie wpływu słabych oddziaływań dipolowych na dynamikę spinorowego kondensatu rubidowego w stanie nadsubtelnym $F = 1$. Zadanie polegało na rozwiązywaniu zależnego od czasu spinorowego, trójwymiarowego równania Grossa-Pitajewskiego z nielokalnym oddziaływaniem.

W pierwszej części rozprawy doktorskiej badałem termalizację kondensatu spinorowego w obecności oddziaływań dipolowych i bez nich. Startując z początkowego obsadzonego stanu $m_F = 0$ i pustych stanów $m_F = \pm 1$ zaobserwowałem znaczne skrócenie czasu termalizacji układu w przypadku, gdy oddziaływania dipolowe są obecne. Czas ten jest nawet czterokrotnie mniejszy, niż w przypadku, gdy oddziaływania dipolowe są pominięte. Ponadto zbadałem wpływ zewnętrznego pola magnetycznego na dynamikę spinów.

Dla małych wartości pola magnetycznego ($\sim 1\text{mG}$) czas dochodzenia układu do stanu równowagi termodynamicznej gazu dipolowego jest również krótszy, niż gazu nieoddziałującego dipolowo. Dla pól magnetycznych o większych wartościach ($\sim 100\text{mG}$) różnice w czasie termalizacji zaczynają się zacierać, jednak nadal czas termalizacji jest dwukrotnie krótszy, gdy uwzględnimy oddziaływania dipolowe. Uwzględnienie oddziaływań dipolowych wpłynęło również na różnice w przekrojach gęstości. Gęstości w składnikach $m_F \pm 1$ nie są osiowo symetryczne i niewiele się przekrywają.

Doświadczalnie można więc stwierdzić, badając czas dochodzenia układu do stanu równowagi, że w dynamice rubidowego kondensatu spinorowego w stanie $F = 1$ oddziaływania dipolowe mogą odgrywać ważną rolę.

W drugiej części rozprawy badałem efekt Einsteina-de Haasa w pułapce w kształcie cygara. Wykazałem istnienie wielu rezonansowych pól magnetycznych, dzięki którym możliwy jest transfer atomów ze składnika magnetycznego $m_F = 1$ do $m_F = 0$ i $m_F = -1$. Przedstawiłem również prosty model wyjaśniający istnienie rezonansów magnetycznych. Model był ograniczony do dwóch oddziałujących cząstek znajdujących się w niskich stanach wzbudzonych pułapki harmoniczej. Pokazałem, że oddziaływania dipolowe są selektywne. Manipulowanie polem magnetycznym pozwala na dostrojenie się do określonego poziomu wzbudzonego w pułapce. Obserwowane struktury w przekrojach gęstości atomowych zależą od danego wzbudzenia w pułapce. Istotną obserwacją jest również, że wraz kolejnymi rezonansami wzrasta wartość pola magnetycznego. Ze względu jednak na niewielką szerokość rezonansów, do doświadczalnej realizacji zagadnienia wymagana jest kontrola pola magnetycznego na poziomie poniżej wartości 1mG .

W trzeciej części rozprawy badałem efekt Einsteina-de Haasa na plakietce złożonej z czterech minimów potencjału. Pokazałem, że powstają różne stany kondensatu w za-

leżności od tunelowania między minimami potencjału. Wielkość tunelowania między oczkami sieci, zmieniana poprzez wysokość bariery potencjału, jest odpowiedzialna za powstanie dwóch różnych stanów w układzie. Stan z dyskretnym wirem pojawia się, gdy tunelowanie jest duże. Osiowa symetria oczka sieci przejawia się w powstaniu sieci skwantowanych wirów, co jest charakterystyczne dla małego tunelowania. Ponadto, dla małego tunelowania w obszarze małej gęstości jest dodatkowo 5 wirów, w tym 4 o przeciwnych ładunkach topologicznych. Ze względu na różną strukturę topologicznych wirów, przejście między obydwojoma stanami układu poprzez manipulowanie wysokością bariery potencjału nie jest możliwe. Układ “pamięta” parametry potencjału, w jakim został wytworzony. Badając efekt Einsteina-de Haasa zauważyłem również, że układ z mniejszym tunelowaniem między oczkami sieci wymaga większej wartości magnetycznego pola rezonansowego, co daje realne szanse na realizację doświadczalną tego efektu.

Moje badania nad spinorowym kondensatem ^{87}Rb w stanie $F = 1$ dowodzą, że efekty dipolowe mogą grać ważną rolę. Charakterystyczne czasy związane z zagadnieniami przedstawionymi w rozdziałach IV i V rozprawy są krótsze, niż czas życia kondensatu w pułapce optycznej. Badane efekty mogą więc zostać zaobserwowane doświadczalnie. Wymaga to jednak bardzo precyzyjnej kontroli wartości pola magnetycznego, gdyż rezonanse są dla pól rzędu miligausa, a szerokości rezonansów są jeszcze mniejsze. Wymaga to ekranowania kondensatu od pola magnetycznego Ziemi, jak również od pola magnetycznego wytwarzanego przez aparaturę doświadczalną. Techniki ekranowania kondensatu od “niechcianych” pól magnetycznych są intensywnie badane i rozwijane [73], co daje nadzieję na możliwość doświadczalnej weryfikacji moich przewidywań w niedalekiej przyszłości.

Bibliografia

- [1] S. N. Bose, Z. Phys. **26**, 178 (1924)
- [2] A. Einstein, Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss., Bericht 3 (1924), s. 261.
- [3] A. Einstein, Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss., Bericht 3 (1925), s. 18.
- [4] M. H. Anderson, J. R. Ensher, M. R. Matthews, c. E. Wieman, E. A. cornell, Science **269**, 198, (1995).
- [5] W. Gawlik, W. Jastrzębski, A. Noga, J. Zachorowski, M. Zawada, Postępy Fizyki **58**, 4 (2007).
- [6] S. Chu, Rev. Mod. Phys. **70**, 685 (1998).
- [7] C. Cohen-Tannoudji, Rev. Mod. Phys. **70**, 707 (1998).
- [8] W. D. Phillips, Rev. Mod. Phys. **70**, 721 (1998).
- [9] W. Gawlik, Postępy Fizyki **53D**, 54 (2002).
- [10] E. A. Cornell, C. E. Wieman, Rev. Mod. Phys. **74**, 875 (2002).
- [11] W. Ketterle, Rev. Mod. Phys. **74**, 1131 (2002).
- [12] F. Dalfovo, S. Giorgini, L. P. Pitaevskii, and S. Stringari, Rev. Mod. Phys. **71**, 463 (1999).
- [13] Tomasz Karpiuk, Mirosław Brewczyk, and Kazimierz Rzążewski, Phys. Rev. A **73**, 053602 (2006).
- [14] Piotr Szankowski, Marek Trippenbach, Eryk Infeld, and George Rowlands, Phys. Rev. Lett. **105**, 125302 (2010).
- [15] K. Gawryluk, T. Karpiuk, M. Brewczyk, and K. Rzążewski, Phys. Rev. A **78**, 025603 (2008).

- [16] Kazimierz Łakomy, Zbigniew Idziaszek, and Marek Trippenbach, *Phys. Rev. A* **80**, 043404 (2009).
- [17] E. Witkowska, P. Ziń, and M. Gajda, *Phys. Rev. D* **79**, 025003 (2009).
- [18] M. Brewczyk, M. Gajda, and K. Rzażewski, *J. Phys. B* **40**, R1 (2007).
- [19] E. A. Donley, N. R. Claussen, S. L. Cornish, J. L. Roberts, E. A. Cornell, C. E. Wieman, *Nature (London)* **412** 295 (2001).
- [20] M. Greiner, O. Mandel, T. Esslinger, T. W. Hansch and I. Bloch, *Nature* **415**, 39-44 (2002)
- [21] T. Stoferle, H. Moritz, C. Schori, M. Kohl, and T. Esslinger, *Phys. Rev. Lett.* **92**, 130403 (2004).
- [22] K. Huang, C. N. Yang, *Phys. Rev.* **105**, 767 (1957).
- [23] D. M. Stamper-Kurn, M. R. Andrews, A. P. Chikkatur, S. Inouye, H.-J. Miesner, J. Stenger, and W. Ketterle, *Phys. Rev. Lett.* **80**, 2027 (1997).
- [24] E.G.M. van Kempen et al., *Phys. Rev. Lett.* **88**, 093201 (2002)
- [25] T.-L. Ho, *Phys. Rev. Lett.* **81** 742 (1998)
- [26] J. Kronjäger, C. Becker, P. Navez, K. Bongs, and K. Sengstock, *Phys. Rev. Lett.* **97**, 110404 (2006); M. Erhard, H. Schmaljohann, J. Kronjäger, K. Bongs, and K. Sengstock, *Phys. Rev. A* **70**, 031602(R) (2004).
- [27] M.S. Chang, C. D. Hamley, M. D. Barrett, J. A. Sauer, K. M. Fortier, W. Zhang, L. You, and M. S. Chapman, *Phys. Rev. Lett.* **92**, 140403 (2004).
- [28] J. Mur-Petit, M. Guilleumas, A. Polls, A. Sanpera, M. Lewenstein, K. Bongs, and K. Sengstock, *Phys. Rev. A* **73**, 013629 (2006).
- [29] H. Saito, Yu. Kawaguchi, and M. Ueda, *Phys. Rev. Lett.* **96**, 065302 (2006).
- [30] K. Gawryluk, M. Brewczyk, K. Bongs, and M. Gajda, *Phys. Rev. Lett.* **99**, 130401 (2007).
- [31] T. Świsłocki, M. Brewczyk and M. Gajda, *Phys. Rev. A* **81**, 033604 (2010).
- [32] K. Gawryluk, M. Brewczyk, M. Gajda, K. Rzażewski, *Phys. Rev. A* **76**, 013616 (2007).
- [33] H. Pu, W. Zhang, and P. Meystre, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 140405 (2001).

- [34] S. Yi, H. Pu, Phys. Rev. Lett. **93**, 040403 (2004).
- [35] A. Griesmaier, J. Werner, S. Hensler, J. Stuhler, and T. Pfau, Phys. Rev. Lett. **94**, 160401 (2005).
- [36] J. Stuhler, A. Griesmaier, T. Koch, M. Fattori, T. Pfau, S. Giovanazzi, P. Pedri, and L. Santos, Phys. Rev. Lett. **95**, 150406 (2005).
- [37] A. Einstein, W. J. de Haas, Verh. Dtsch. Phys. Ges. **17**, 152 (1915).
- [38] Yu. Kawaguchi, H. Saito, M. Ueda, Phys. Rev. Lett. **96**, 080405 (2006).
- [39] T. Świsłocki, M. Brewczyk, M. Gajda, arXiv:1008.2324
- [40] Stefano Giovanazzi, Axel Görlitz, and Tilman Pfau, Phys. Rev. Lett. **89**, 130401 (2002).
- [41] T. Koch, T. Lahaye, J. Metz, B. Frohlich, Griesmaier, T. Pfau, Nature Physics **4**, 218 (2008).
- [42] D. S. Hall, M. R. Matthews, J. R. Ensher, C. E. Wieman, and E. A. Cornell, Phys. Rev. Lett. **81**, 1539(4) (1998).
- [43] M. Mark, F. Ferlaino, S. Knoop, J. G. Danzl, T. Kraemer, C. Chin, H.-C. Nägerl, and R. Grimm, Phys. Rev. A **76**, 042514 (2007).
- [44] F. M. Spiegelhalder, A. Trenkwalder, D. Naik, G. Kerner, E. Wille, G. Hendl, F. Schreck, and R. Grimm, Phys. Rev. A **81**, 043637 (2010).
- [45] M. Baranov, Phys. Rep. 464, **71** (2008).
- [46] G. Pupillo, A. Micheli, H. P. Buchler, and P. Zoller, in Cold Molecules: Theory, Experiment, Applications, edited by R. V. Krems, W. C. Stwalley, and B. Friedrich (CRC Press, Boca Raton, 2009), pp. 421-469.
- [47] D. DeMille, Phys. Rev. Lett. **88**, 067901 (2002).
- [48] R. V. Krems, Phys. Chem. Chem. Phys. **10**, 4079 (2008).
- [49] S. Ospelkaus et al., Science **327**, 853 (2010).
- [50] T. Zelevinsky, S. Kotochigova, and J. Ye, Phys. Rev. Lett. **100**, 043201 (2008).
- [51] K.-K. Ni et al., Nature **464**, 1324 (2010).

- [52] I. Bloch, J. Dalibard, and W. Zwerger, *Rev. Mod. Phys.* **80**, 885 (2008).
- [53] P. G. de Gennes, *Superconductivity of Metals and Alloys*, Westview, Boulder, (1999).
- [54] B. Jeanneret, B. D. Hall, H.-J. Bühlmann, R. Houdré, M. Ilieems, B. Jeckelmann, and U. Feller, *Phys. Rev. B* **51**, 9752-9756 (1995).
- [55] M.S. chang, c. D. Hamley, M. D. Barrett, J. A. Sauer, K. M. Fortier, W. Zhang, L. You, and M. S. chapman, *Phys. Rev. Lett.* **92**, 140403 (2004).
- [56] M. Vengalattore, S. R. Leslie, J. Guzman, and D. M. Stamper-Kurn, *Phys. Rev. Lett.* **100**, 170403 (2008).
- [57] H. Pu, c. K. Law, S. Raghavan, J. H. Eberly and N. P. Bigelow, *Phys. Rev. A* **60** 1463 (1999); N. P. Robins, W. Zhang, E. A. Ostrovskaya, Y. S. Kivshar, *Phys. Rev. A* **64**, 021601(R) (2001); H. Saito, M. Ueda, *Phys. Rev. A* **72** 023610 (2005); W. Zhang, D. L. Zhou, M.-S. chang, M. S. chapman, and L. You, *Phys. Rev. Lett.* **95**, 180403 (2005).
- [58] H.-J. Miesner, D. M. Stamper-Kurn, J. Stenger, S. Inouye, A. P. chikkatur, and W. Ketterle, *Phys. Rev. Lett.* **82**, 2228 (1999).
- [59] L. E. Sadler, J. M. Higbie, S. R. Leslie, M. Vengalattore and D. M. Stamper-Kurn, *Nature* **443**, 312 (2006); G. I. Mias, N. R. cooper, S. M. Girvin, *Phys. Rev. A* **77**, 023616 (2008).
- [60] Yu. Kawaguchi, H. Saito, M. Ueda, *Phys. Rev. Lett.* **97**, 130404 (2006).
- [61] S. Yi, H. Pu, *Phys. Rev. Lett.* **97**, 020401 (2006).
- [62] J. Kronj
kager, c. Becker, M. Brinkmann, R. Walser, P. Navez, K.Bongs, and K. Sengstock, *Phys. Rev. A* **72**, 063619 (2005).
- [63] Yu. Kawaguchi, H. Saito, M. Ueda, *Phys. Rev. Lett.* **98**, 110406 (2007).
- [64] J.-N. Zhang, L. He, H. Pu, c.-P. Sun, and S. Yi, *Phys. Rev. A* **79**, 033615 (2009).
- [65] J. Kruse, C. Gierl, M. Schlosser, and G. Birkl, *Phys. Rev. A* **81**, 060308(R) (2010).
- [66] I. B. Spielman, W. D. Phillips, and J. V. Porto, *Phys. Rev. Lett.* **98**, 080404 (2007).
- [67] M. Lewenstein, A. Sanpera, V. Ahufinger, B. Damski, A. Sen, and U. Sen, *Adv. Phys.* **56**, 243 (2007).

- [68] Albert Ferrando, Mario Zacarés, and Miguel-Ángel García-March, Phys. Rev. Lett. **95**, 043901 (2005).
- [69] Miguel-Ángel García-March, Albert Ferrando, Mario Zacarés, Sarira Sahu, and Daniel E. Ceballos-Herrera, Phys. Rev. A **79**, 053820 (2009).
- [70] I. Bloch, J. Dalibard, W. Zwerger, Rev. Mod. Phys. **80**, 885-964 (2008).
- [71] O. Morsch, M. Oberthaler, Rev. Mod. Phys. **78**, 179-215 (2006).
- [72] J. Kruse, C. Gierl, M. Schlosser, and G. Birkl, Phys. Rev. A **81**, 060308(R) (2010).
- [73] M. Ueda and Y. Kawaguchi, arXiv:1001.2072 (2010).