

Warszawa, 6-go sierpnia 2023r.

Prof. dr hab. Piotr Magierski
Wydział Fizyki Politechniki Warszawskiej
ul. Koszykowa 75, 00-667 Warszawa

**Recenzja rozprawy doktorskiej mgr. Damiana Włodzińskiego
pt: Problem małego polaronu fermionowego w jednowymiarowej pułapce
harmonicznej.**

Praca doktorska mgr. Damiana Włodzińskiego jest poświęcona badaniom teoretycznym dotyczącym zagadnienia kilku fermionów oddziałujących z domieszką siłami krótkozasięgowymi i umieszczonych w jednowymiarowym potencjale harmonicznym. Rozprawa została oparta na wynikach opublikowanych w pracy w *Physical Review A*, której mgr Włodziński jest jedynym autorem. Ponadto na dorobek autora składają się dwie inne prace w *Physical Review A*. Artykuły posiadają dwóch i trzech autorów. Mgr Damian Włodziński jest pierwszym autorem we wszystkich pracach (z wyraźnie złamanym porządkiem alfabetycznym), co wskazuje, że jego wkład w otrzymane wyniki był dominujący.

Rozprawa doktorska składa się z sześciu rozdziałów. Pierwszy z nich stanowi wprowadzenie do dziedziny ultrazimnych gazów atomowych. Autor referuje w skrócie historię badań eksperymentalnych nad kwantowymi gazami atomowymi i techniki związane z ich pułapkowaniem i chłodzeniem. W szczególności omawia specyfikę układów o obniżonej wymiarowości i dyskutuje możliwości eksperymentalne ich wytwarzania. Rozdział kończy sformułowanie tzw. zagadnienia małego polaronu fermionowego, którego własności stanowią temat rozprawy doktorskiej.

Rozdział drugi został poświęcony omówieniu metod analitycznych dotyczących zagadnienia małego polaronu. Autor przedstawia transformację Lee-Low-Pine'a (LLP) pozwalającą na rozdzielenie ruchu środka masy domieszki oddziałującej z fermionami. Omówiony został również szczególny przypadek dwóch fermionów w jednowymiarowym potencjale harmonicznym z zerozasięgowym oddziaływaniem modelowanym funkcją delta Diraca, który można (do pewnego stopnia) rozwiązać analitycznie. Druga część rozdziału jest jednym z kluczowych wyników rozprawy doktorskiej. Autor formułuje uogólnioną transformację LLP pozwalającą na separację ruchu środka masy w przypadku domieszki oddziałującej z fermionami w jednowymiarowej pułapce harmonicznej. Mgr Włodziński posługuje się przy tym konsekwentnie opisem, w którym domieszkę przedstawia przy pomocy funkcji falowej, a pozostałe fermiony – przy pomocy formalizmu drugiej kwantyzacji. Rozdział kończy omówienie transformacji Hamiltonianu przy pomocy metody LLP.

W następnym rozdziale autor wykorzystuje sformułowane przez siebie rozszerzenie metody LLP do analizy rozwiązań stacjonarnych zagadnienia małego polaronu w jednowymiarowej pułapce harmonicznej. W celu analizy dokładności numerycznej rozwiązań, porównuje swoją metodę z wynikami uzyskanymi dzięki bezpośredniej diagonalizacji Hamiltonianu. W ogólności obie metody powinny dawać te same rozwiązania, jednak w praktyce wyniki zależą od stałej obciążenia, która redukuje nieskończoną bazę przestrzeni Hilberta do skończonych rozmiarów. Autor omawia na wstępie metody diagonalizacji Hamiltonianu i formułuje kryterium dokładności numerycznej otrzymanych wyników w funkcji rozmiaru bazy, wykorzystując iloczyn skalarny stanów własnych otrzymanych dla różnych wartości parametru obciążenia.

W rozprawie doktorskiej zaprezentowano porównanie wyników dla czterech przypadków, które odpowiadają: masie domieszki równej oraz pięciokrotnie większej od masy fermionów, oraz

reżimowi średniego i silnego oddziaływania.

Otrzymane wyniki wskazują, że proponowana przez autora metoda, sprawdza się najlepiej dla silnych oddziaływań, gdzie parametr obciążenia bazy jednocząstkowej może być ponad dwukrotnie mniejszy w metodzie LLP, niż w przypadku pełnej diagonalizacji, aby otrzymać tę samą dokładność numeryczną wyników.

W kolejnym rozdziale autor omawia własności stanu podstawowego i stanów wzbudzonych układu opisującego mały polaron. W szczególności, analizuje energie oddziaływań w funkcji liczby fermionów, oraz wyznacza profile gęstości dla stanu podstawowego oraz stanów wzbudzonych, zarówno dla ruchu względnego, jak i ruchu środka masy.

Rozdział szósty zawiera dyskusję dotyczącą wyznaczania innych obserwabli, tzn. wyższych funkcji korelacji oraz możliwości badania ewolucji czasowej układu.

Podsumowując, mgr. Damian Włodziński zaprezentował w swojej rozprawie doktorskiej rozszerzenie metody LLP na przypadek małego polaronu umieszczonego w jednowymiarowej pułapce harmoniczej. Wykazał, że dzięki temu można zdecydowanie zmniejszyć koszt numeryczny wyznaczenia stanów stacjonarnych układu.

Praca jest napisana przejrzysto. Oprócz pewnych niezręczności językowych oraz literówek nie zauważyłem istotnych błędów. Np. w rozdziale 2.3 znajduje się wyrażenie: „...wektory własne dzielą się na parzyste i nieparzyste funkcje”. Oczywiście rozumiem co autor ma na myśli, choć wolałbym aby w pracy doktorskiej sformułowania były mniej żargonowe i zrozumiałe nawet dla mniej zorientowanego czytelnika. Ponadto wydaje mi się, że rozdział dotyczący omówienia metody drugiej kwantyzacji jest zbędny, ponieważ jest to wiedza podręcznikowa i nie było konieczności tak szczegółowego omawiania formalizmu. Zauważyłem ponadto niezdefiniowany symbol na stronie 17: mianowicie symbol ‘ksi’ występujący w równaniu (17). Niezdefiniowany jest również symbol ‘x’ w równaniu (18) (czy ‘x’ nie pokrywa się z ‘r’?).

Szkoda, że autor nie omówił zjawiska oscylacji widocznego na górnym rysunku 1 w funkcji parametru obciążenia. Ten efekt musi być jakoś związany z metodą LLP, ponieważ nie występuje on na rysunku dolnym.

Uważam że rozprawa doktorska mgr. Damiana Włodzińskiego przedstawia ciekawą metodę, która będzie przydatna przy badaniach własności małego polaronu fermionowego. Pewien niedosyt pozostawia jedynie fakt, że autor ograniczył się do analizy stanu podstawowego oraz stanów wzbudzonych, a nie rozszerzył swoich badań na przypadek stanów niestacjonarnych.

Uważam, że rozprawa doktorska spełnia wszystkie warunki stawiane rozprawom doktorskim wnioskuje o dopuszczenie rozprawy do dalszych etapów przewodu doktorskiego.

