

## 1. Imię i Nazwisko

Michał Paweł Ławniczak

## 2. Posiadane dyplomy, stopnie naukowe/artystyczne z podaniem nazwy, miejsca i roku ich uzyskania oraz tytułu rozprawy doktorskiej

Doktor nauk fizycznych, Instytut Fizyki Polskiej Akademii Nauk, Warszawa 2011

Tytuł rozprawy: *Badanie chaosu kwantowego w układach otwartych*

Magister inżynier, Wydział Fizyki Technicznej, Matematyki Stosowanej i Informatyki Politechniki Łódzkiej, Łódź 2006

## 3. Informacje o dotychczasowym zatrudnieniu w jednostkach naukowych/artystycznych

30.09.2010 – 29.09.2012 zatrudniony na stanowisku asystenta w Instytucie Fizyki Polskiej Akademii Nauk

29.09.2012 – do dziś zatrudniony na stanowisku adiunkta w Instytucie Fizyki Polskiej Akademii Nauk

## 4. Osiągnięcie będące podstawą ubiegania się o stopień doktora habilitowanego

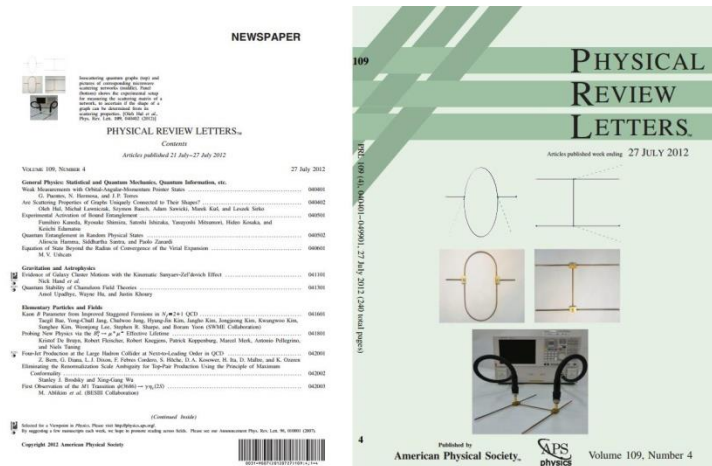
Jako osiągnięcie, w rozumieniu art. 16 ust. 2 ustawy z dnia 14 marca 2003 r. o stopniach naukowych i tytule naukowym oraz o stopniach i tytule w zakresie sztuki, wskazuję cykl publikacji zatytułowany:

***Analiza właściwości widmowych i rozproszeniowych układów, w których występuje zjawisko chaosu falowego***

**H1. M. Ławniczak**, L. Sirko, *Investigation of the diagonal elements of the Wigner's reaction matrix for networks with violated time reversal invariance*, Scientific Reports **9**, 5630 (2019)

**H2. M. Ławniczak**, M. Białous, V. Yunko, S. Bauch, L. Sirko, *Missing-level statistics and analysis of the power spectrum of level fluctuations of three-dimensional chaotic microwave cavities*, Phys. Rev. E **98**, 012206 (2018)

**H3.** O. Hul, **M. Ławniczak**, S. Bauch, A. Sawicki, M. Kuś, L. Sirko, *Are Scattering Properties of Graphs Uniquely Connected to Their Shapes?*, *Phys. Rev. Lett.* **109**, 040402 (2012)



**H4.** **M. Ławniczak**, A. Sawicki, S. Bauch, M. Kuś, L. Sirko, *Resonances and poles in isoscattering microwave networks and graphs*, *Phys. Rev. E* **89**, 032911 (2014)

**H5.** **M. Ławniczak**, J. Lipovský, L. Sirko, *Non-Weyl microwave graphs*, *Phys. Rev. Lett.* **122**, 140503 (2019)

## Wstęp

Pojęcie chaosu deterministycznego wprowadzone zostało do nauki już w wieku XIX przez francuskiego matematyka Henriego Poincare (1). W 1963 roku zostało ono spopularyzowane przez meteorologa N.E. Lorenza, który w wyniku prac dotyczących układu trzech nieliniowych równań różniczkowych modelujących zjawisko konwekcji termicznej w atmosferze odkrył, że dla określonego zbioru parametrów układ zachowuje się chaotycznie (2). Miarą chaotyczności klasycznego układu jest tzw. wykładnik Lyapunowa.

Niestety, w przypadku układów kwantowych kryterium związane z wykładniczym rozbieganiem się orbit w przestrzeni fazowej (dodatni współczynnik Lyapunowa) przestaje być użyteczne. Dzieje się tak ze względu na zasadę nieoznaczoności Heisenberga. Zgodnie z tą zasadą jednoczesnego pomiaru obserwabli położenia i pędu możemy dokonać jedynie ze skończoną dokładnością, zatem w przestrzeni fazowej nie jesteśmy w stanie badać orbit układu z dowolną dokładnością. Z tego powodu poszukiwane są nowe sposoby opisu oraz badania kwantowych układów chaotycznych.

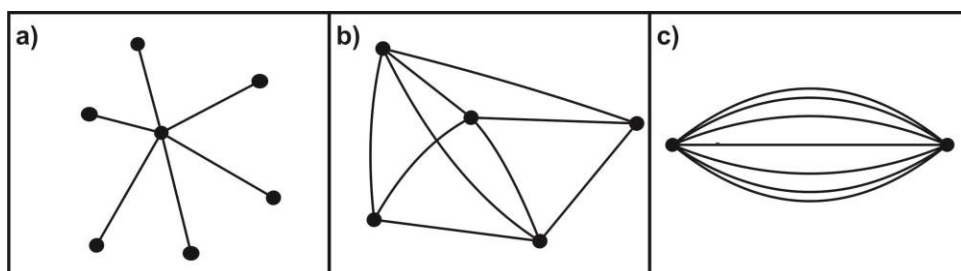
W ostatnim czasie nastąpił znaczny wzrost zainteresowania badaniami chaotycznych układów kwantowych. Ze względu na ogromne trudności napotymane w doświadczeniach kwantowe układy chaotyczne bada się głównie teoretycznie. Dlatego też weryfikacje doświadczalne są niezwykle cenne i pożądane.

Standardowe metody weryfikacji chaotyczności układu polegają na badaniu statystycznych właściwości jego widma energetycznego w zakresie, w jakim jest ono dyskretne. W przypadku wykorzystania funkcji korelacji spektralnych, takich jak rozkład odległości najbliższych sąsiadów (Nearest Neighbor Spacing Distribution – NNSD) czy sztywność spektralna ( $\Delta_3$ ), wysoce pożądana jest znajomość wszystkich wartości własnych energii w analizowanym zakresie **(3)**. Z tego względu bardzo istotna jest wiedza o kompletności widma badanego układu. Niestety, gubienie stanów energetycznych, szczególnie w przypadku badań doświadczalnych, jest w praktyce nie do uniknięcia. Dzieje się tak ze względu na możliwe degeneracje bądź przekrywanie się stanów związane z ich skończoną szerokością wynikającą z absorpcji wewnętrznej oraz otwartości układu. W takiej sytuacji niezbędne jest wykorzystanie bardziej zaawansowanych metod analizy wyników doświadczalnych, które uwzględniają m.in. zależność funkcji korelacji krótko- i dalekozasięgowych od liczby zgubionych stanów.

## Metodologia badań

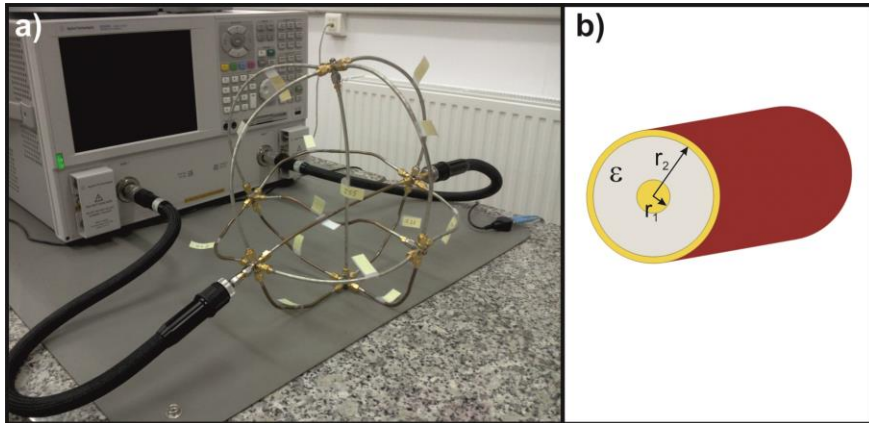
Obiektami moich badań były sieci i wnęki mikrofalowe, które w przypadku systemów jedno- i dwuwymiarowych symulowały odpowiednio grafy oraz bilardy kwantowe, a także trójwymiarowe wnęki mikrofalowe, w których występuje zjawisko chaosu kwantowego.

Grafy to połączone w wierzchołkach, jednowymiarowe układy kwantowe tworzące strukturę sieci (rys. 1). Koncepcja grafów kwantowych po raz pierwszy została użyta przez L. Paulinga do badania elektronów swobodnych w łańcuchach molekularnych **(4)**. Grafy znajdują także zastosowanie w badaniach innych układów i zjawisk, m.in. kwantowych układów nadprzewodzących **(5)**, modelu grawitacji kwantowej z dyskretną ewolucją w czasie **(6)** czy choroby Alzheimera **(7)**.



Rys. 1.  
Przykłady różnych topologii grafów kwantowych.

W badaniach doświadczalnych symulują grafy kwantowe za pomocą sieci mikrofalowych (**8; 9; 10**) (rys. 2a). Sieć to odpowiednio połączone w wierzchołkach kable mikrofalowe (rys. 2b). Kable pełnią funkcje ramion grafu, a wierzchołkami grafu są mikrofalowe złącza wieloramienne wytwarzane w naszym laboratorium.



Rys. 2.

- a) Zdjęcie sieci mikrofalowej symulującej sześciowierzchołkowy graf w pełni połączony.  
b) Schemat przekroju kabla mikrofalowego. Kabel składa się z dwóch cylindrycznych przewodników o promieniach  $r_1$  i  $r_2$  oraz wypełniającego przestrzeń między nimi dielektryka o stałej dielektrycznej  $\epsilon$ .

Symulacja ta jest możliwa do częstotliwości  $\nu_c = \frac{c}{\pi(r_1+r_2)\sqrt{\epsilon}}$ , poniżej której w kablu propaguje się fala tylko w podstawowym modzie TEM. Wtedy to równania Telegrafistów dla ramion sieci

$$\frac{d^2}{dx^2} U_{ij}(x) + \frac{\omega^2 \epsilon}{c^2} U_{ij}(x) = 0 \quad (1)$$

są analogiczne z równaniami Schrödingera dla ramion grafów

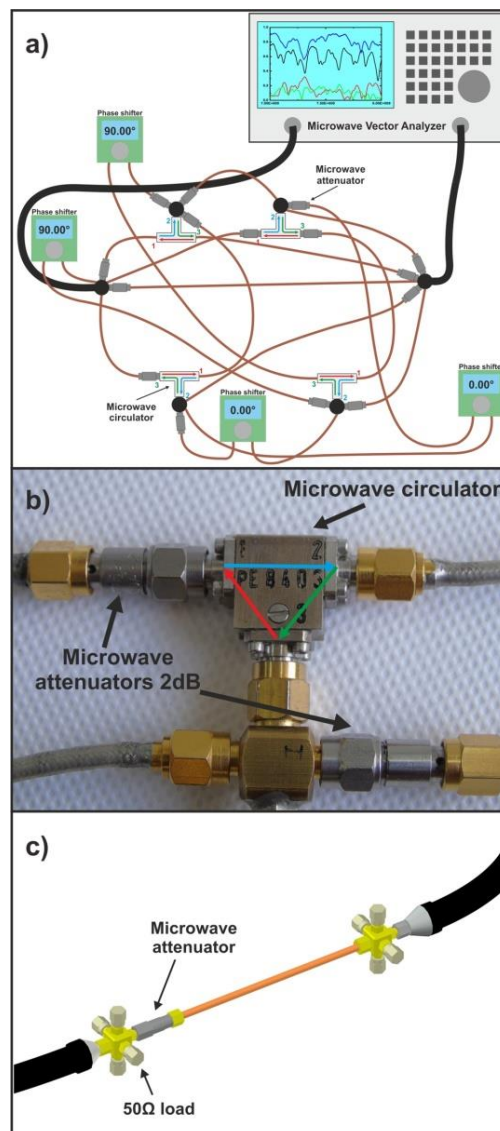
$$\frac{d^2}{dx^2} \Psi_{ij}(x) + E \Psi_{ij}(x) = 0. \quad (2)$$

W powyższych równaniach funkcja falowa  $\Psi_{ij}(x)$  opisuje ruch cząstki na ramieniu grafu kwantowego łączącym wierzchołki  $i$  z  $j$  oraz spełnia na nich warunki brzegowe Dirichleta ( $\Psi_{ij}(x) = 0$ ) bądź Neumanna (ciągłość funkcji).  $U_{ij}(x)$  oznacza różnice potencjału pomiędzy koncentrycznymi przewodnikami kabla.

Równania są analogiczne, jeśli przyjmiemy, iż  $\frac{\hbar^2}{2m} = 1$ , gdzie  $m$  jest masą cząstki poruszającej się w ramionach grafu, oraz  $\Psi_{ij}(x) \Leftrightarrow U_{ij}(x)$ , zaś rolę energii  $E$  pełni kwadrat wektora falowego  $k^2 = \frac{\omega^2 \epsilon}{c^2}$ .

W celu symulacji grafów kwantowych ze złamaną symetrią względem odwrócenia czasu, czyli układów, których wartości własne energii posiadają takie same statystyczne właściwości jak wartości własne unitarnych macierzy (Gaussian Unitary Ensemble – GUE,  $\beta = 2$ ) opisanych w teorii macierzy

przypadkowych (Random Matrix Theory – RMT), na wierzchołki sieci wprowadziłem cyrkulatory mikrofalowe (rys. 3a).



Rys. 3.

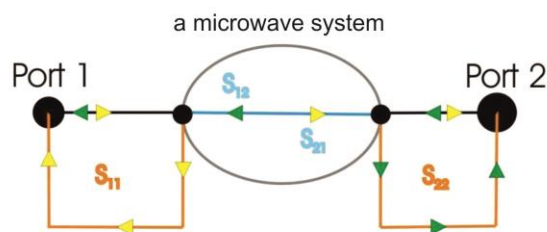
- a) Schemat układu pomiarowego służącego do symulacji grafów ze złamana symetrią względem odwrócenia czasu. Oprócz cyrkulatorów sieć zawiera tłumiki.
  - b) Zdjęcie cyrkulatora mikrofalowego wraz z zaznaczonymi możliwymi kierunkami propagacji sygnału. Na zdjęciu widoczne są także tłumiki 2dB.
  - c) Schemat układu pomiarowego służącego do eliminacji procesów bezpośrednich.
- Rysunek opublikowano w pracy [H1](#).

Rysunek 3b przedstawia zasadę działania cyrkulatora. Fala wchodząca do pierwszego portu urządzenia może wyjść z niego jedynie portem drugim, fala wchodząca portem drugim może wyjść jedynie portem trzecim, a fala wchodząca portem trzecim może opuścić cyrkulator tylko portem pierwszym. Sieć bez cyrkulatorów symuluje graf z zachowaniem symetrii względem odwrócenia czasu (Gaussian Orthogonal Ensemble – GOE,  $\beta = 1$  w RMT). Należy podkreślić, że pojawiły się prace pokazujące możliwość wykorzystania sieci mikrofalowych z cyrkulatorami do badania układów ze

spinem (Gaussian Symplectic Ensemble – GSE,  $\beta = 4$  (**11**)). Sieci mikrofalowe są zatem unikatowymi obiektami pozwalającymi na doświadczalne badanie wszystkich trzech klas symetrii zdefiniowanych w RMT. W wielu moich publikacjach (**12; 13; 14; 15; 16**) rozważane były także dwuwymiarowe (2D) chaotyczne bilardy kwantowe (**17; 18; 19**) oraz symulujące je płaskie rezonansowe wnęki mikrofalowe ale ta bardzo interesująca tematyka została omówiona w moim dorobku naukowym.

Za pomocą wektorowego sieciowego analizatora (Vector Network Analyzer – VNA) mierzyłem widmo macierzy rozpraszania zarówno sieci, jak i wnęk mikrofalowych. Analizator Agilent E8364B (rys. 2a) umożliwił pomiary jedno- i dwuportowe. W wyniku pomiaru jednoportowego otrzymujemy jednoelementową macierz rozpraszania  $S = \sqrt{R}e^{i\theta}$ , a w przypadku pomiaru dwuportowego macierz czteroelementową:

$$\hat{S} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix}. \quad (3)$$



Rys. 4.

Przedstawienie sygnałów i odpowiadających im elementów macierzy rozpraszania  $\hat{S}$  w przypadku pomiaru dwuportowego

Elementy diagonalne tej macierzy związane są z sygnałami wchodzącymi do i wychodzącymi z układu tym samym wejściem/wyjściem (odbitymi od układu), a pozadiagonalne z sygnałami przechodzącymi przez układ z jednego portu do drugiego (rys. 4).

## Analiza zagadnienia zgubionych wartości własnych w widmach układów symulujących chaotyczne układy kwantowe

We wstępie wspomniałem, że wiele badań chaotycznych układów kwantowych polega na analizie statystycznych właściwości widm energetycznych tych układów. Dlatego w tych badaniach tak istotna jest możliwość znalezienia jak największej liczby poziomów energetycznych. Jest to poważny problem, szczególnie w przypadku analizy widm doświadczalnych, rzeczywistych układów fizycznych, tak jak ma to miejsce chociażby w badaniach jąder atomowych czy cząsteczek (**20; 21; 22; 23**).

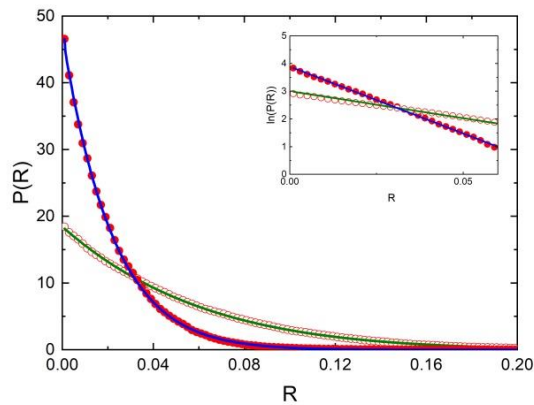
Jedną z przyczyn gubienia stanów jest nakładanie się poziomów energetycznych, które wynika z ich skończonej szerokości związanej z absorpcją występującą w rzeczywistych układach fizycznych. W pracy **H1** opisuję swoje badania układu z silną absorpcją. W ramach tych badań skonstruowałem sześciowierzchołkową sieć w pełni połączoną, tzn. każdy z sześciu wierzchołków był połączony z pozostałymi. Na cztery wierzchołki sieci wprowadziłem cyrkulatory mikrofalowe (rys. 3a). Sieć ta symulowała zatem heksagonalny graf kwantowy ze złamaną symetrią względem odwrócenia czasu, czyli układ typu GUE w RMT. Silną absorpcję w układzie uzyskałem, wprowadzając na ramiona sieci tłumiki mikrofalowe 1dB i 2dB. Na rysunku 3b możemy zobaczyć tłumiki 2dB. Rysunek 3c przedstawia układ pomiarowy, którego użyłem w celu eliminacji tzw. procesów bezpośrednich. Procesy te wynikają z odbicia części sygnału przed wejściem do układu oraz z przejścia sygnału bezpośrednio przez kabel łączący wierzchołki wejścia/wyjścia. Dla tak skonstruowanych sieci zmierzyłem widma dwuportowej macierzy rozpraszania  $\hat{S}$ , dla poszczególnych realizacji sieci różniących się długościami ramion. Długości ramion były modyfikowane za pomocą przesuwników fazowych (rys. 3a).

Wprowadzenie silnej absorpcji powodowało, że niemożliwe było poprawne wyznaczenie pozycji rezonansów w otrzymanych widmach. Miarą efektywnej wielkości absorpcji jest współczynnik  $\gamma = \frac{2\pi\Gamma}{\Delta} = \gamma_{abs} + T_a + T_b$ . W wyrażeniu tym  $\Gamma$  oznacza średnią szerokość rezonansów, a  $\Delta$  średnią odległość pomiędzy nimi.  $T_{i=a,b}$  oznacza transmisję będącą miarą otwartości układu, czyli jego połączenia z otoczeniem a  $\gamma_{abs}$  jest współczynnikiem absorpcji wewnętrznej. W przypadku moich eksperymentów sieć z otoczeniem była połączona kablami doprowadzającymi sygnały z i do portów  $a$  i  $b$  analizatora mikrofalowego. W analizie teoretycznej kabel możemy traktować jako ramię o nieskończonej długości łączące graf ze światem zewnętrznym.

Dla sieci z tłumikami 1dB średni współczynnik  $\langle\gamma\rangle$  wynosi 19.4. Przy użyciu tłumików 2dB średnia wartość  $\langle\gamma\rangle$  wzrosła do 48.4. Wartości te uzyskałem przez dopasowanie doświadczalnych rozkładów współczynnika odbicia  $P(R)$  do rozkładów teoretycznych **(24)**. Otrzymane rozkłady wraz z dopasowanymi krzywymi teoretycznymi przedstawia rysunek 5. Puste kółka pokazują doświadczalne rozkłady dla sieci z tłumikami 1dB, a czerwone pełne kółka rozkład dla sieci z tłumikami 2dB. Następnie porównałem doświadczalne rozkłady rzeczywistej i urojonej części macierzy reakcji Wignera  $\hat{K}$  z rozkładami teoretycznymi przewidzianymi dla otrzymanych wartości  $\gamma$ . Macierz reakcji Wignera związana jest z macierzą rozpraszania następującą relacją:

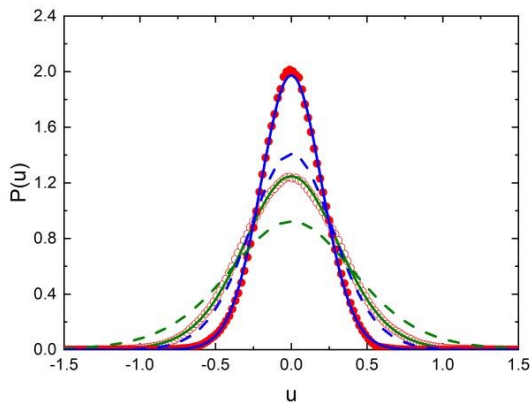
$$\hat{K} = i \frac{\hat{S} - \hat{I}}{\hat{S} + \hat{I}}. \quad (4)$$

Część rzeczywistą macierzy Wignera przedstawia rysunek 6, część urojoną rysunek 7. Rozkłady przedstawiono za pomocą takich samych symboli jak na rysunku 5.



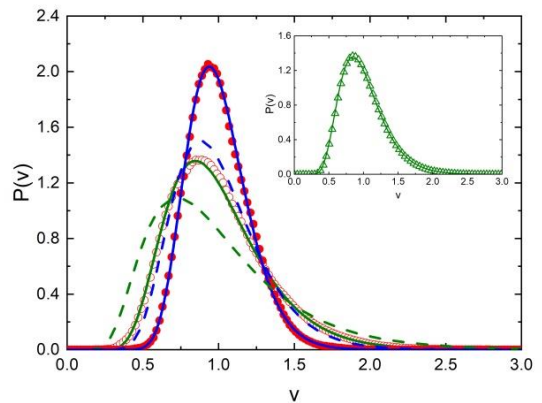
Rys. 5.

Doświadczalne rozkłady współczynnika odbicia uzyskane dla sieci mikrofalowych z tłumikami 1dB (puste kółka) oraz z tłumikami 2dB (pełne punkty). Rozkłady doświadczalne porównano z przewidywaniami teoretycznymi (linie ciągłe). Rysunek opublikowano w pracy [H1](#).



Rys. 6.

Doświadczalne rozkłady rzeczywistej części macierzy reakcji Wignera uzyskane dla sieci mikrofalowych z tłumikami 1dB (puste kółka) oraz z tłumikami 2dB (pełne punkty). Rozkłady doświadczalne porównano z przewidywaniami teoretycznymi (linie ciągłe). Dla porównania pokazano teoretyczne rozkłady dla układów typu GOE – linie przerywane. Rysunek opublikowano w pracy [H1](#).



Rys. 7.

Doświadczalne rozkłady urojonej części macierzy reakcji Wignera uzyskane dla sieci mikrofalowych z tłumikami 1dB (puste kółka) oraz z tłumikami 2dB (pełne punkty). Rozkłady doświadczalne porównano z przewidywaniami teoretycznymi (linie ciągłe). Dla porównania pokazano teoretyczne rozkłady dla układów typu GOE – linie przerywane. Rysunek opublikowano w pracy [H1](#).

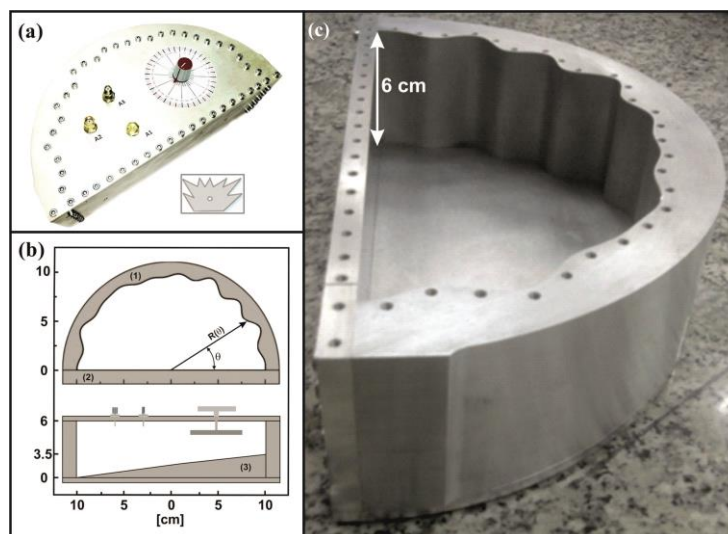
Wyniki są w bardzo dobrej zgodności z przewidywaniami teoretycznymi przedstawionymi liniami ciągłymi. Ponadto w [H1](#) pokazałem, że w obecności silnej absorpcji wewnętrznej wpływ otwartości kanałów jest pomijalny, a zbadane rozkłady można zastąpić przybliżonymi formułami eksponencjalnymi (25) (wstawka na rys. 5 i rys. 7).

Uzyskane wyniki wskazują, że rozkłady  $P(v)$  i  $P(u)$  tj. urojonej i rzeczywistej części diagonalnych elementów macierzy reakcji Wignera  $\hat{K}$  wraz z elastycznym współczynnikiem wzmocnienia  $W_\beta$  mogą być wykorzystane do wyznaczenia siły absorpcji występującej w układzie oraz do jednoznacznej identyfikacji symetrii czasowej układu.



Elastyczny współczynnik wzmocnienia  $W_\beta$  jest inną, poza macierzą reakcji Wignera miarą, która może posłużyć do weryfikacji chaotyczności układu w przypadku niemożności wyznaczenia kompletnego widma poziomów energetycznych. Współczynnik ten był wykorzystywany w badaniach fizyki jądrowej (26; 27; 28) i zdefiniowany jest jako stosunek wariancji diagonalnych elementów dwuportowej macierzy  $\hat{S}$  do wariancji jej elementów pozadiagonalnych (29). Wielkość ta była już badana w układach chaotycznych (30; 31; 32).

W pracy H2 pokazałem, jak możemy uzyskać informacje o liczbie zgubionych wartości własnych energii w widmie układu chaotycznego. Wiedza ta jest szczególnie cenna w analizie wyników eksperymentalnych, gdzie ze względu na degeneracje i/lub ich nakładanie się rezonansów badanego układu, niemożliwa jest identyfikacja położenia wszystkich rezonansów. W publikacji H2 przedstawiłem sposób postępowania, prowadzący do określenia liczby niezarejestrowanych rezonansów, na przykładzie analizy uzyskanych w pomiarach dwuportowych widm macierzy  $\hat{S}$  dla trójwymiarowej chaotycznej wnęki mikrofalowej. O chaotycznym charakterze tego układu decydowały „chropowate” ścianki oraz lekko wypukłe dno wnęki (rys. 8). Różne konfiguracje układu realizowano poprzez obrót wprowadzonego do środka rozpraszacza (rys. 8a) oraz zmianę pozycji anten (pozycje  $A_1, A_2, A_3$  rysunek 8a).



Rys. 8.

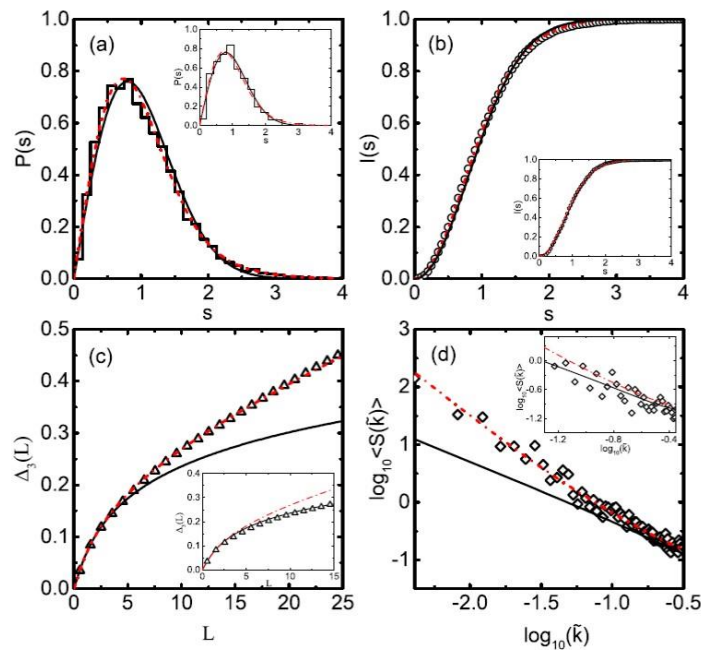
Trójwymiarowa, mikrofalowa wnęka rezonansowa.

Zdjęcie zamkniętej wnęki pokazujące pozycje anten  $A_1, A_2, A_3$ . Wstawka pokazuje kształt wprowadzonego do wewnątrz rozpraszacza.

W przypadku takiego układu nie istnieje formalna analogia między równaniem Schrödingera dla trójwymiarowego bilardu kwantowego a trójwymiarowym równaniem Helmholtza. Wynika to z faktu, że pole elektromagnetyczne nie może być opisane za pomocą funkcji skalarnej, jaką jest funkcja falowa. Mimo to pokazano, że niektóre zależności przewidziane dla chaotycznych układów

kwantowych, na przykład rozkład najbliższych sąsiadów NNSD, są takie same jak zależności uzyskane dla trójwymiarowych chaotycznych wnęk rezonansowych (33; 34). Skłoniło mnie to do przeprowadzenia badań także układów 3D.

W celu określenia liczby zgubionych stanów wykorzystuje się krótko- i dalekozasięgowe funkcje korelacji między poziomami energetycznymi. W pierwszej kolejności obliczamy korelacje krótkozasięgowe. W omawianej pracy był to rozkład najbliższych sąsiadów. Na rysunku 9a przedstawiam rozkład doświadczalny NNSD (histogram), opublikowany w pracy H2, wraz z przewidywaniami teoretycznymi dla dwóch przypadków: widma kompletnego (czarna, ciągła linia) oraz widma niekompletnego, w którym brakuje 11% energii własnych (czerwona, przerywana linia) (35). Na rysunku 9b przedstawiono scałkowany rozkład NNSD. Liczbę zgubionych stanów własnych wyraża się za pomocą parametru  $\varphi$ , ułamka zaobserwowanych stanów, o wartości z przedziału  $(0; 1)$ , gdzie 1 oznacza kompletne widmo, a 0 brak wszystkich stanów. Jak widać na rysunku, rozkład najbliższych sąsiadów nie jest bardzo czuły na liczbę zgubionych stanów. Wyznaczając NNSD, otrzymujemy jednak jednoznaczną odpowiedź na pytanie, czy układ jest chaotyczny i do jakiej klasy symetrii w RMT należy.



Rys. 9.

Doświadczalne rozkłady funkcji korelacji uzyskane dla trójwymiarowej, mikrofalowej wnęki rezonansowej. Rozkłady uzyskano dla  $\varphi = 0.89$ . Wyniki porównano z przewidywaniami teoretycznymi dla przypadku widma kompletnego (ciągłe, czarne linie) oraz przypadku zgubienia 11% energii własnych (przerywane, czerwone linie). Na wstawkach w rysunkach pokazano rozkłady doświadczalne uzyskane z kompletnych widm dziewięciu konfiguracji w przedziale 7-9 GHz.

- a) Rozkład najbliższych sąsiadów NNSD (histogram).
- b) Scałkowany rozkład NNSD (puste, czarne kółka).
- c) Rozkład funkcji  $\Delta_3$  (puste, czarne kółka).
- d) Rozkład funkcji  $S(\vec{k})$  (puste czarne romby).

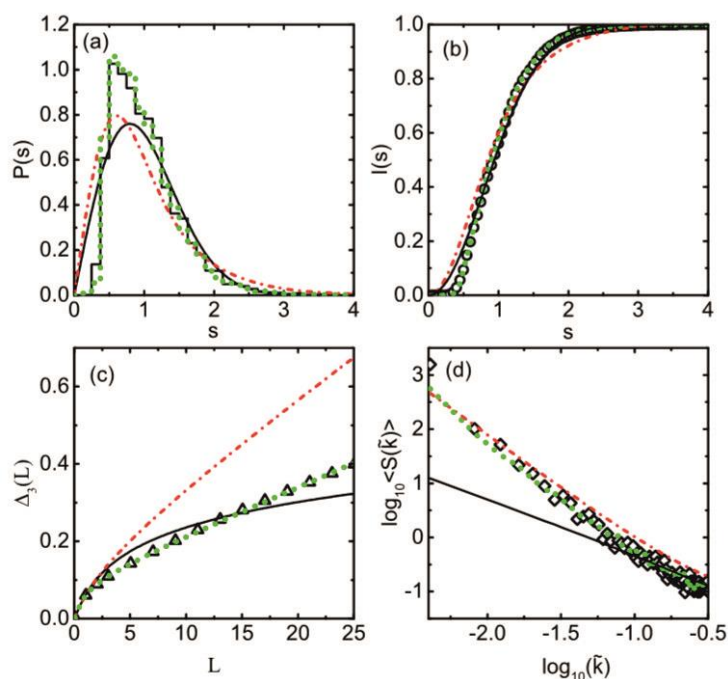
Rysunek opublikowano w pracy H2.

Dzięki temu możemy obliczyć odpowiednie funkcje korelacji dalekozasięgowych, takie jak  $\Sigma^2$  i  $\Delta_3$ . W pracy (35) podano zależność tych funkcji od parametru  $\varphi$ . Liczbę zgubionych stanów energetycznych możemy zatem uzyskać poprzez dopasowanie wartości  $\varphi$ , tak by rozkład teoretyczny był w jak najlepszej zgodności z rozkładem doświadczalnym.

Dopasowanie takie dla funkcji  $\Delta_3$  przedstawia rysunek 9c, gdzie linie ciągłe czarna i czerwona to krzywe teoretyczne dla  $\varphi = 1$  i  $\varphi = 0.89$ , zaś kółka oznaczają dane doświadczalne. Jak widać, funkcje te są znacznie bardziej niż NNSD czułe na liczbę zgubionych wartości własnych.

Inną funkcją korelacji, jeszcze bardziej czułą na liczbę zgubionych poziomów energetycznych, jest widmowa moc dyskretnych i skończonych szeregów  $S(\vec{k})$ . Porównanie rozkładu doświadczalnego (romby) z dopasowaną krzywą teoretyczną (czerwona, przerywana linia) pokazane na rysunku 9d potwierdza, że w eksperymencie tracimy 11% rezonansów.

Na podkreślenie zasługuje fakt, że postępowanie to sprawdza się nawet dla  $\varphi = 0.5$ . Zostało to zweryfikowane poprzez losowe zmniejszenie liczby rezonansów znalezionych doświadczalnie o 39 p.p. (punktów procentowych) i dopasowanie do rozkładów tak zmniejszonego zbioru danych doświadczalnych odpowiednich krzywych teoretycznych.



Rys. 10.

Doświadczalne rozkłady funkcji korelacji uzyskane dla trójwymiarowej, mikrofalowej wnęki rezonansowej. Rozkłady uzyskano dla  $\varphi = 0.7$ .

Rezonanse zostały zgubione w sposób nieprzypadkowy. Wyniki porównano z przewidywaniami teoretycznymi (przerywane, czerwone linie) oraz otrzymanymi przy pomocy wartości własnych macierzy przypadkowych (przerywane, zielone linie).

- a) Rozkład najbliższych sąsiadów NNSD (histogram).
- b) Scałkowany rozkład NNSD (puste, czarne kółka).
- c) Rozkład funkcji  $\Delta_3$  (puste, czarne kółka).
- d) Rozkład funkcji  $S(\vec{k})$  (puste czarne romby).

Rysunek opublikowano w pracy H2.

Otrzymane wyniki pokazują więc, że prezentowana metoda nie jest skuteczna, gdy zgubione poziomy energetyczne są ze sobą skorelowane. By potwierdzić tę obserwację, wygenerowano wartości własne macierzy przypadkowych typu GOE, a następnie usunięto 30% z nich w taki sam sposób, jak utracono je w widmach eksperymentalnych. Najpierw 11% zostało usunięte losowo. Następnie usuwana była jedna z pary dwóch najbliższych sobie wartości aż do momentu uzyskania  $\varphi = 0.7$ . Dla tak zmodyfikowanych ciągów wartości własnych macierzy przypadkowych obliczono funkcje korelacji (kropkowane, zielone linie na rysunku 10). Otrzymane rozkłady tych funkcji okazują się zgodne z otrzymanymi dla zmodyfikowanych widm doświadczalnych.

Badania te przyczyniły się do powstania pracy doktorskiej Vitaliego Yunko, której byłem promotorem pomocniczym. W rozdziale VIII pracy doktorskiej dr Yunko przedstawił wyniki otrzymane dla mniejszej liczby rezonansów niż w pracy **H2**, z parametrem  $\varphi$  wynoszącym odpowiednio 0.85 oraz 0.65, testując w ten sposób użyteczność funkcji korelacji w przypadku większej liczby zgubionych rezonansów.

## Właściwości grafów kwantowych wynikające z ich topologii

W trakcie badań układów, w których gubiono wartości własne w widmach doświadczalnych, zainteresował mnie temat właściwości widm grafów kwantowych i sieci mikrofalowych wynikających z ich topologii. Jak się okazało, konstruując grafy kwantowe o odpowiedniej topologii, możemy uzyskać układy jednakowo rozpraszające bądź o liczbie wartości własnych energii mniejszej, niż przewidziana przez prawo Weyla.

### Grafy kwantowe jednakowo rozpraszające

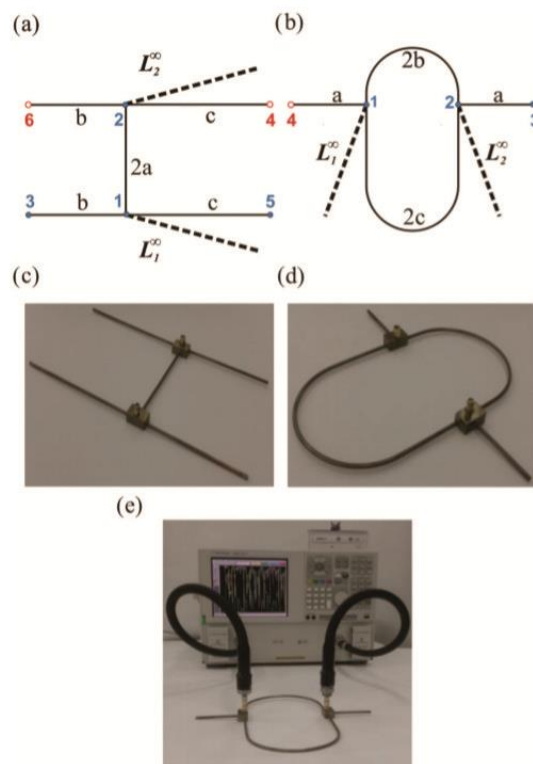
Pierwszym problemem związanym z topologią grafów kwantowych, którym się zająłem, było sprawdzenie możliwości istnienia dwóch układów, które pomimo różnych kształtów rozpraszają falę elektromagnetyczną w ten sam sposób. Efektem tych badań były publikacje **H3** i **H4**.

Tytuł pracy **H3** brzmi: *Are Scattering Properties of Graphs Uniquely Connected to Their Shapes?* Redakcja prestiżowego czasopisma *Physica Review Letters* wyróżniła naszą publikację, umieszczając zdjęcie układu pomiarowego opisanego w tej pracy na okładce numeru. Tytuł publikacji nawiązuje do słynnego pytania zadanego w 1966 roku przez Marka Kaca: *Can one hear the shape of a drum?* (**36**). Pytanie to okazało się tak niebanalne, że odpowiedzi na nie udzielono dopiero prawie trzydzieści lat później. W 1992 roku C. Gordon, T. Webb i S. Wolpert przy użyciu teorii T. Sunady (**37**),

pokazali dwa dwuwymiarowe układy mające różny kształt, lecz posiadające takie samo widmo energii własnych **(38; 39)**. Ten teoretyczny wywód eksperymentalnie potwierdzili dwa lata później S. Sridhar i A. Kudroli **(40)**.

Badania związane z pytaniem Marka Kaca w kontekście grafów kwantowych rozpoczęli B. Gutkin i U. Smilansky **(41)**.

Temat był kontynuowany w serii kolejnych publikacji **(42; 43; 44; 45)**. W pracach **(44; 45)** autorzy rozwinęli teorię Sunadiego, pokazując metodę uzyskiwania pary grafów kwantowych posiadających różną topologię, lecz to samo widmo. Istotnymi elementami tych grafów są kanały łączące je ze światem zewnętrznym.



Rys. 11.

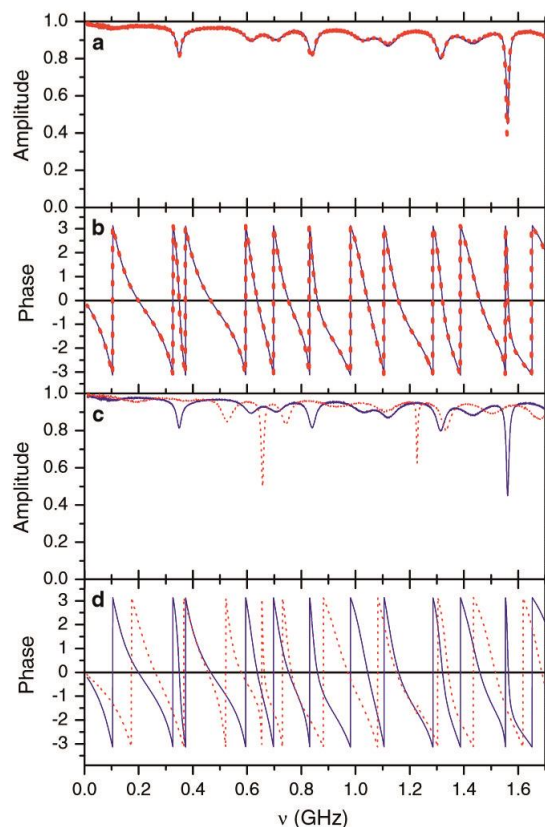
Układ doświadczalny służący do zmierzenia widma czteroelementowej macierzy rozpraszania  $\hat{S}$  dwóch sieci mikrofalowych o różnym kształcie, lecz tym samym widmie wyznacznika macierzy  $\hat{S}$ .  
a i c) Odpowiednio: schemat i zdjęcie sześciowierzchołkowej sieci (sieć I). b i d) Odpowiednio: schemat i zdjęcie czterowierzchołkowej sieci (sieć II).  
e) Zdjęcie sieci czterowierzchołkowej podłączonej do wektorowego analizatora mikrofalowego.  
Rysunek opublikowano w pracy **H3**.

Jako pierwszy dokonałem doświadczalnej weryfikacji tej metody. W tym celu skonstruowałem odpowiednie sieci mikrofalowe. Jedna była siecią o sześciu wierzchołkach i pięciu ramionach (sieć I), druga posiadała cztery wierzchołki i cztery ramiona (sieć II). Sieci różniły się też warunkami brzegowymi na wierzchołkach. Pierwsza z wymienionych posiadała dwa

wierzchołki z warunkami brzegowymi Dirichleta, a druga posiadała tylko jeden taki wierzchołek. Schemat grafów i zdjęcia skonstruowanych w naszym laboratorium sieci znajdują się na rysunku 11.

Dla obu układów przeprowadziłem dwuportowe pomiary widma czteroelementowej macierzy rozpraszania  $\hat{S}$  (rys. 12e). Następnie obliczyłem wyznaczniki obu widm. W zakresie częstotliwości 0.01-1.7GHz, zarówno amplitudy  $\left| \det(\hat{S}(v))^{(I)} \right| = \left| \det(\hat{S}(v))^{(II)} \right|$  (rys. 12a), jak i fazy tych wyznaczników  $Im \left[ \log(\det(\hat{S}(v))^{(I)}) \right] = Im \left[ \log(\det(\hat{S}(v))^{(II)}) \right]$  (rys. 12b) są identyczne.

Ponadto pokazano, jak zmienia się widmo macierzy pierwszej sieci (I) przy zmianie warunku brzegowego jednego z wierzchołków. Warunek brzegowy Neumana zmieniłem na warunek brzegowy Dirichleta. W takim przypadku sieci przestają być jednakowo rozpraszające (rys. 12c i 12d).



Rys. 12.

Doświadczalne widma wyznacznika czteroelementowej macierzy rozpraszania  $\hat{S}$ .

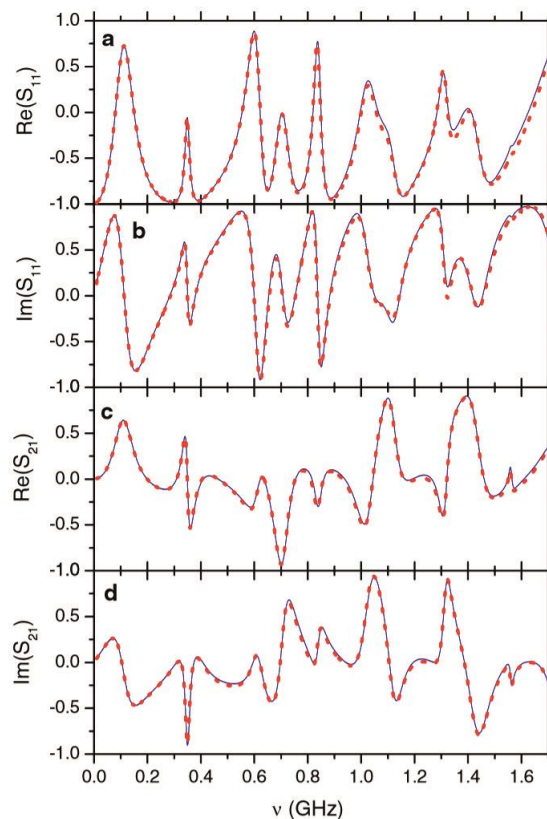
- Amplituda wyznacznika macierzy  $\hat{S}$  uzyskana dla sieci sześciowierzchołkowej (sieć I – czerwone kółka) oraz sieci czterowierzchołkowej (sieć II – ciągła, niebieska linia).
- Faza wyznacznika macierzy  $\hat{S}$  uzyskana dla sieci sześciowierzchołkowej (sieć I – czerwone kółka) oraz sieci czterowierzchołkowej (sieć II – ciągła, niebieska linia).
- Amplituda wyznacznika macierzy  $\hat{S}$  uzyskana dla sieci sześciowierzchołkowej (sieć I – czerwone kółka), w której na jednym z wierzchołków zmieniono warunki brzegowe z Neumanna na Dirichleta, oraz sieci czterowierzchołkowej (sieć II – ciągła, niebieska linia).
- Faza wyznacznika macierzy  $\hat{S}$  uzyskana dla sieci sześciowierzchołkowej (sieć I – czerwone kółka), w której na jednym z wierzchołków zmieniono warunki brzegowe z Neumanna na Dirichleta, oraz sieci czterowierzchołkowej (sieć II – ciągła, niebieska linia).

Rysunek opublikowano w pracy H3.

Ważnym wynikiem pracy **H3** jest z eksperymentalna weryfikacja relacji transplantacji:

$$\hat{S}(v)^{(II)} = T^{-1}\hat{S}(v)^{(I)}T, \quad (5)$$

gdzie  $T = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ . Dzięki tej relacji znając elementy macierzy  $\hat{S}$  jednej z sieci, możemy obliczyć elementy macierzy rozpraszania dla drugiej sieci. Na rysunku 13 przedstawiłem wyniki z pracy **H3**, tj. widma elementów macierzy rozpraszania  $\hat{S}$  otrzymane w wyniku transformacji macierzy rozpraszania sieci czterowierzchołkowej (II – ciągła niebieska linia). Punktami czerwonymi oznaczono widma elementów  $\hat{S}$  sieci sześciowierzchołkowej (I). Jak widać, uzyskaliśmy bardzo dobrą zgodność między tymi widmami.



Rys. 13.

Doświadczalne widma elementów macierzy rozpraszania  $\hat{S}$  dla sieci sześciowierzchołkowej (sieć I – czerwone kółka) oraz uzyskana przy pomocy widma sieci czterowierzchołkowej (sieć II) i macierzy transformacji T (ciągła, niebieska linia). Rysunek opublikowano w pracy **H3**.

W publikacji **H4** pokazałem wyniki dla sieci jednakowo rozpraszających w szerszym zakresie częstotliwości 0-3 GHz. Wyższa częstotliwość, czyli mniejsza długość fali oznacza znaczny wzrost czułości na wszelkie niedoskonałości układu pomiarowego. Wylimitowanie tych niedoskonałości jest dużym wyzwaniem dla doświadczalników.

W publikacji **H4** rozważałem istotne cechy lokalne charakteryzujące oba grafy, takie jak bieguny macierzy  $\hat{S}$  oraz struktury rezonansów. Wykazano, że przedstawione grafy są grafami izopolarnymi.

Oznacza to, że posiadają bieguny wyznacznika macierzy rozpraszania w tych samych miejscach zespolonej płaszczyzny częstotliwości. Należy zauważyć, że grafy, które są izopolarne, nie muszą być grafami izofazowymi, czyli grafami, które mają takie samo widmo fazy. Grafy izofazowe natomiast gwarantują, że są one także izopolarne. W pracy **H4** wyznaczono współrzędne biegunów macierzy  $\hat{S}$  na płaszczyźnie zespolonej. Pozycje te są związane z wartościami własnymi wektora falowego, będącymi rozwiązaniami równania Telegrafistów. Wartości własne wektora falowego, jako odpowiednik energii własnych grafów kwantowych, możemy zapisać jako  $k_l = \frac{2\pi}{c}(v_l + i\Delta v_l)$ , gdzie  $\Delta v_l$  jest połówkową szerokością rezonansu. Biegun macierzy rozpraszania ma zatem współrzędne  $(v_l, \Delta v_l)$ .

Porównałem pełne szerokości rezonansów w widmie eksperymentalnym  $\Delta v^{exp}$  z wynikającymi z obliczeń pozycjami biegunów  $(v^{cal}, \Delta v^{cal})$  i otrzymałem  $\langle \frac{\Delta v^{exp}}{2\Delta v^{cal}} \rangle = 0.99 \pm 0.13$ , potwierdzając tym samym wysoką jakość przeprowadzonych eksperymentów. W **H4** przedstawiono także analityczne formuły umożliwiające obliczenie wszystkich czterech elementów macierzy  $\hat{S}$  wyprowadzone przez Adama Sawickiego.

### Weylowskie i nieweylowskie grafy kwantowe

Kolejny temat moich badań związany z topologią grafów łączył się z możliwością uzyskania tzw. grafów nieweylowskich (**H5**). Prawo Weyla mówi, że gęstość wartości własnych grafu dąży asymptotycznie do  $\rho = \frac{\pi}{\mathcal{L}}$  wraz ze wzrostem ich liczby do nieskończoności.  $\mathcal{L} = \sum_i \ell_i$  jest sumą długości ramion grafu. Gęstość jest zatem niezmienna w funkcji częstotliwości i zależy jedynie od całkowitej długości grafu  $\mathcal{L}$ . Dla grafów zamkniętych (grafów bez kanałów łączących je ze światem zewnętrznym) liczba wartości własnych zawartych w przedziale  $(0, R)$  dana jest wyrażeniem (46):

$$N(R) = \frac{\mathcal{L}}{\pi}R + O(1), \quad (6)$$

gdzie  $O(1)$  jest funkcją, która dla  $R \rightarrow +\infty$  dąży do 1.

W przypadku sieci mikrofalowych liczbę rezonansów w przedziale częstotliwości  $(0, v)$  możemy zatem zapisać jako:

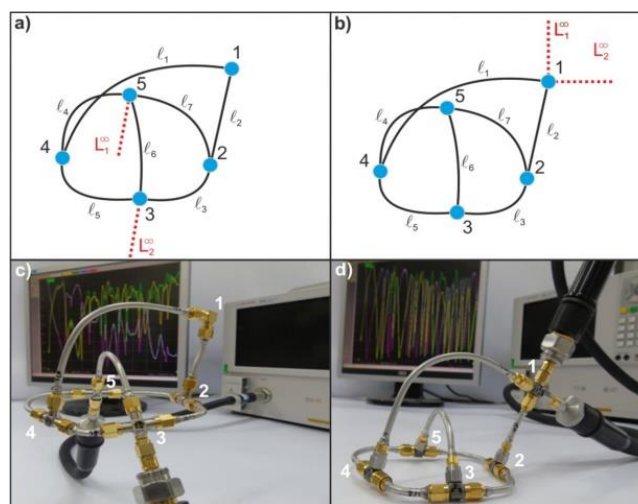
$$N(v) = \frac{\mathcal{L}}{\pi}v + O(1). \quad (7)$$

Podłączenie kanałów sprawia, że nasz graf staje się układem otwartym. Można by się spodziewać, że zmiana ta nie wpłynie na liczbę poziomów energetycznych, a jedynie na ich szerokość. Jednak, jak pokazali E. B. Davis i A. Pushnitski (47), nie jest to regułą dla wszystkich grafów. Udowodniono, że



istnieją grafy, dla których liczba poziomów energetycznych jest mniejsza od przewidywanej przez formułę 7. Takie grafy nazywane są grafami nieweylowskimi w odróżnieniu od grafów spełniających równanie 7 nazywanych grafami weylowskimi. W pracy (47) pokazano, że istnieje prosty topologiczny warunek pozwalający na dokonanie takiego rozróżnienia. Graf staje się nieweylowski wtedy i tylko wtedy, gdy istnieje wierzchołek, w którym łączy się tyle samo ramion grafu, co kanałów otwierających ten układ (wierzchołek numer 1 na rys. 14b). W pracach (48; 49) sprawdzono, że warunek ten determinuje powstanie grafu nieweylowskiego dla różnych warunków brzegowych na pozostałych wierzchołkach oraz w obecności pola magnetycznego.

W pracy H5 przedstawiłem wyniki pomiarów dla zaprojektowanej i skonstruowanej przeze mnie pary sieci mikrofalowych. Różniły się one jedynie miejscami podłączeń kanałów. Rolę kanałów pełniły kable analizatora wektorowego (rys. 14c i 14d). Jak widać na rysunku 14d, jedna z sieci posiada wierzchołek łączący dwa ramiona wewnętrzne oraz dwa kable analizatora (wierzchołek numer 1 na rysunku 14d).



Rys. 14.

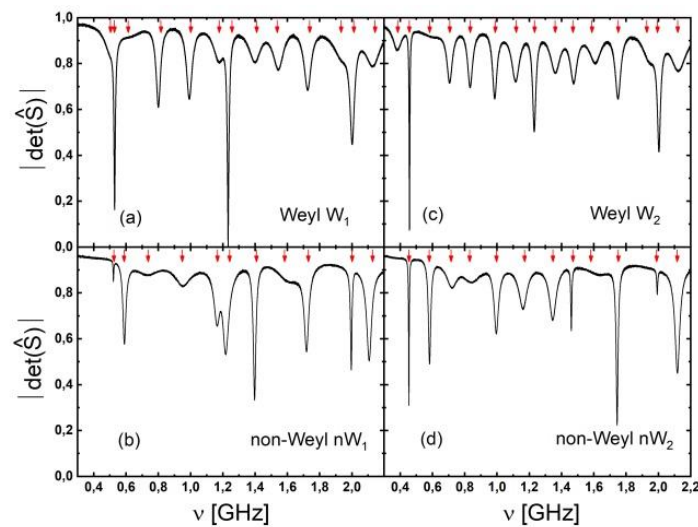
a i c) Odpowiednio: schemat i zdjęcie wykonanej sieci symulującej graf weylowski.  
 b i d) Odpowiednio: schemat i zdjęcie wykonanej sieci symulującej graf nieweylowski.  
 Rysunek opublikowano w pracy H5.

Całkowita długość sieci  $\mathcal{L} = 0.999$  m. Dla takiej długości sieci prawo Weyla przewiduje w przedziale częstotliwości 0.3-2.2 GHz istnienie trzynastu rezonansów; taką też liczbę rezonansów (rys. 15a) otrzymujemy dla sieci pokazanej na rysunku 14c. Po podłączeniu obu kanałów do wierzchołka nr 1 (rys. 14d) liczba zarejestrowanych rezonansów spada do jedenastu. Liczba ta jest zgodna z wyprowadzonym w pracy (50) równaniem pozwalającym obliczyć liczbę rezonansów w grafie nieweylowskim o długości  $\mathcal{L}$ . W równaniu tym pojawia się długość najkrótszego z ramion grafu, które łączą się w wierzchołku decydującym o spełnieniu, bądź nie, prawa Weyla (wierzchołek nr 1).

W naszym przypadku jest to ramię  $\ell_2$  przy wierzchołku nr 1, a liczba rezonansów dla naszej sieci nieweylowskiej określona jest równaniem:

$$N(\nu) = \frac{\mathcal{L} - \ell_2}{\pi} \nu + O(1). \quad (8)$$

Równanie to zostało pozytywnie zweryfikowane w przypadku pary innych sieci z dłuższymi ramionami  $\ell_1$  i  $\ell_2$ . Ramiona te zostały wydłużone o 0.076 m. Zgodnie z oczekiwaniami dla sieci weylowskiej otrzymaliśmy piętnaście rezonansów, a dla nieweylowskiej dwanaście (rys. 15b i 15d). Otrzymane rezultaty zostały potwierdzone wynikami obliczeń numerycznych. Czerwone strzałki na rysunku 15 przedstawiają pozycje rezonansów uzyskane z obliczeń.



Rys. 15.

Doświadczalne widma uzyskane dla sieci symulujących grafy weylowskie i nieweylowskie.

- a) Widmo uzyskane dla podłączenia kabli zapewniającego, że sieć jest weylowska.
  - b) Widmo uzyskane dla podłączenia kabli zapewniającego, że sieć jest nieweylowska.
  - c) Widmo uzyskane dla podłączenia kabli zapewniającego, że sieć jest weylowska dla sieci o wydłużonych ramionach  $\ell_1$  i  $\ell_2$ .
  - d) Widmo uzyskane dla podłączenia kabli zapewniającego, że sieć jest nieweylowska dla sieci o wydłużonych ramionach  $\ell_1$  i  $\ell_2$ .
- Rysunek opublikowano w pracy [H5](#).

Należy podkreślić, że wykonanie wierzchołka gwarantującego, iż sieć będzie układem nieweylowskim, okazało się skomplikowanym wyzwaniem doświadczalnym. Niewielkie odstępstwo od symetrycznego podziału sygnału w tym wierzchołku powodowało, że graf pozostawał grafem weylowskim. Skonstruowanie takiego poprawnie działającego układu jest zatem dużym osiągnięciem nie tylko czysto badawczym, ale także praktycznym.

## Podsumowanie

Cykl publikacji, będący podstawą mego wniosku habilitacyjnego, dotyczy badań właściwości układów mikrofalowych i kwantowych, w których występuje zjawisko chaosu falowego. Można go podzielić na dwie grupy.

Pierwsza grupa, a więc prace **H1-H2**, dotyczy problemu związanego z analizą uzyskanych doświadczalnie widm układów mikrofalowych, w których nie jest możliwe wykrycie wszystkich poziomów energetycznych w badanym zakresie, co w konsekwencji prowadzi do trudności z poprawnym opisem badanych układów. W pracy **H1** przeanalizowałem rozkłady macierzy reakcji Wignera i współczynnika odbicia dla sieci mikrofalowych symulujących kwantowe grafy ze złamaną symetrią względem odwrócenia w czasie, które mogą być pomocne w charakteryzowaniu układów nawet w przypadku bardzo silnej absorpcji, a więc w sytuacji bardzo silnego przekrywania się rezonansów. Wyniki doświadczalne zostały porównane z przewidywaniami teoretycznymi. Wykazano bardzo dobrą ich zgodność. Jako pierwszy zweryfikowałem doświadczalnie dla układów typu GUE możliwość zastąpienia dokładnych formuł opisujących wspomniane rozkłady przybliżonymi formułami w postaci eksponencjalnej. Dodatkowo wykazałem, że w przypadku bardzo silnej absorpcji wewnętrznej wpływ kanałów (pomiar dwuportowy) otwierających układ nie wpływa istotnie na jego charakterystyki.

Praca **H2** zawiera opis procedury weryfikującej, czy widmo badanego układu jest widmem kompletnym. W przypadku widm niekompletnych procedura ta pozwala na określenie liczby zgubionych wartości własnych energii. Przetestowałem tę metodę dla układów trójwymiarowych. Co szczególnie istotne, pokazałem, że procedurę tę można stosować jedynie w przypadku losowego gubienia stanów własnych.

Druga grupa prac, **H3-H5**, dotyczy badań zależności właściwości grafów kwantowych od ich topologii. W pracach **H3-H4** przedstawiłem doświadczalne badania dwóch sieci mikrofalowych o takim samym widmie wyznacznika czteroelementowej macierzy rozpraszania, mimo że mają one bardzo różną topologię. Pokazałem, że sieci te posiadają takie same położenia biegunów macierzy rozpraszania, a współrzędne tych biegunów odpowiadają położeniu i połówkowej szerokości rezonansów. Dodatkowo zademonstrowałem, jak istotne jest zapewnienie odpowiednich warunków brzegowych na wierzchołkach grafów. W pracy **H5** pokazałem doświadczalnie możliwość skonstruowania grafumikrofalowego, który nie spełnia prawa Weyla. Potwierdziłem, że istnienie grafu nieweylowskiego związane jest z topologią grafu. Ponadto wykazałem doświadczalnie, że liczba wartości własnych energii w takim grafie związana jest z długością konkretnego ramienia.

Skonstruowane i badane przeze mnie sieci i wnęki mikrofalowe symulują grafy i bilardy kwantowe, które jako modele, są wykorzystywane do badań drutów, kropek oraz innych układów kwantowych. Prowadzone przeze mnie badania doświadczalne przyczyniły się zatem do poszerzenia wiedzy na temat właściwości tych oraz innych chaotycznych układów kwantowych, co jest istotne między innymi z punktu widzenia ich przyszłego zastosowania w badaniach naukowych i w praktyce.

## Bibliografia

1. H. Poincare, *Les Methodes Nouvelles de la Mechanique Celeste*, Gauthier-Villars: Paris (1892).
2. E.N. Lorenz, *Deterministic Nonperiodic Flow*, J. Atoms. Sci. **20**, 130 (1963).
3. M. L. Mehta, *Random Matrices 2nd ed.*, Academic Press: New York (1991).
4. L. J. Pauling, Chem. Phys. **4**, 673, (1936).
5. H. Z. Jooya, K. Reihani, S.-I. Chu, Sci. Rep. **6**, 37544 (2016).
6. P. Arrighi, S. Martiel, Phys. Rev. D **96**, 024026 (2017) .
7. M. R. Brier et al., *Neurobiology of Aging* **35**, 757 (2014).
8. M.C.Gutzwiller. *Chaos in Classical and Quantum Mechanics*. Springer-Verlag: 452, (1990).
9. T. Kottos, U. Smilansky, Phys. Rev. Lett. **79**, 4794 (1997).
10. M. Ławniczak, O. Hul, S. Bauch, P. Šeba, L. Sirko, Phys. Rev. E **77**, 056210 (2008).
11. A. Rehemangiang, M. Allgaier, C. H. Joyner, S. Müller, M. Sieber, U. Kuhl, H.-J. Stöckmann, Phys. Rev. Lett. **117**, 064101 (2016).
12. V. Yunko, M. Białous, S. Bauch, M. Ławniczak, L. Sirko, *Experimental and numerical study of spectral properties of three-dimensional chaotic microwave cavities: The case of missing levels*, The 11th CHAOS 2018 International Conference (2018).
13. M. Białous, V. Yunko, S. Bauch, M. Ławniczak, B. Dietz, L. Sirko, Phys. Rev. E **94**, 042211 (2016).
14. M. Ławniczak, M. Białous, V. Yunko, S. Bauch, L. Sirko, Phys. Rev. E **91**, 032925 (2015).
15. M. Ławniczak, M. Białous, V. Yunko, S. Bauch, L. Sirko, Acta Phys. Pol. A, **128**, 974 (2015).
16. M. Ławniczak, O. Hul, S. Bauch, L. Sirko, Acta Phys. Pol. A **116**, 749 (2009).
17. Y.G. Sinai, Sov. Math. Dokl. **4**, 1818 (1963).
18. H. Primack, U. Smilansky, Phys. Rev. Lett. **74**, 4831 (1995).
19. F. Borgonovi, G. Casati , B. Li, Phys. Rev. Lett. **77**, 4744 (1996).
20. A. Frisch, M. Mark, K. Aikawa, F. Ferlaino, J. Bohn, C. Makrides, A. Petrov, S. Kotochigova, Nature (London) **507**, 475 (2014).
21. J. Mur-Petit, R. A. Molina, Phys. Rev. E **92**, 042906 (2015).

22. H. I. Liou, H. S. Camarda, F. Rahn, Phys. Rev. C **5**, 131 (1972).
23. T. Zimmermann, H. Koppel, L. S. Cederbaum, G. Persch, W. Demtroder, Phys. Rev. Lett. **61**, 3 (1988).
24. D.V. Savin, H.-J. Sommers, Y. V. Fyodorov, JETP Lett. **82**, 544 (2005).
25. Y.V Fyodorov, D.V. Savin, H.-J. Sommers, Scattering J. Phys. A **38**, 10731 (2005).
26. W. Kretschmer, M. Wangler, Phys. Rev. Lett. **41**, 1224 (1978).
27. J. J. M. Verbaarschot, Ann. Phys. (NY) **168**, 368 (1986).
28. Y. Kharkov, V. Sokolov, Phys. Lett. B **718**, 1562 (2013).
29. D. V. Savin, Y. V. Fyodorov, H.-J. Sommers, Acta Phys. Pol. A **109**, 53 (2006).
30. C. Fiachetti, B. Michielsen, Electron. Lett. **39**, 1713 (2003).
31. J.-H. Yeh, Z. Drikas, J. Gil Gil, S. Hong, B. T. Taddese, E. Ott, T. M. Antonsen, T. Andreadis, S. M. Anlage, Acta Phys. Pol. A **124**, 1045 (2013).
32. M. Ławniczak, S. Bauch, O. Hul, L. Sirko, Phys. Rev. E **81**, 046204 (2010).
33. H. Alt, C. Dembowski, H.D. Graf, R. Hofferbert, H. Rehfeld, A. Richter, R. Schuhmann, T. Weiland, Phys. Rev. Lett. **79**, 1026 (1997).
34. B. Eckhardt, U. Dörr, U. Kuhl, H.-J. Stöckmann, Europhys. Lett. **46**, 134 (1999).
35. O. Bohigas, M. P. Pato, Phys. Rev. Lett. **595**, 171 (2004).
36. M. Kac, Am. Math. Mon. **73**, 1 (1966).
37. T. Sunada, Ann. Math. **121**, 169 (1985).
38. C. Gordon, D. Webb, S. Wolpert, Inventiones Mathematicae **110**, 1 (1992).
39. C. Gordon, D. Webb, S. Wolpert, Bull. Am. Math. Soc. **27**, 134 (1992).
40. S. Sridhar, A. Kudrolli, Phys. Rev. Lett. **72**, 2175 (1994).
41. B. Gutkin, U. Smilansky, J. Phys. A **34**, 6061 (2001).
42. R. Band, O. Parzanchevski, G. Ben-Shach, J. Phys. A **42**, 175202 (2009).
43. O. Parzanchevski, R. Band, J. Geomet. Anal. **20**, 439 (2010).
44. R. Band, A. Sawicki, U. Smilansky, J. Phys. A **43**, 415201 (2010).
45. R. Band, A. Sawicki, U. Smilansky, Acta Phys. Pol. A **120**, A149 (2011).
46. H. Weyl, *Über die asymptotische Verteilung der Eigenwerte*, [w:] *Nachrichten der Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen*, 110–117 (1911).
47. E. B. Davies, A. Pushnitski, Analysis and PDE **4**, 729 (2011).
48. E. B. Davies, P. Exner, J. Lipovský, J. Phys. A: Math. Theor. **43**, 474013 (2010).
49. P. Exner, J. Lipovský, Phys. Lett. A **375**, 805 (2011).
50. J. Lipovský, J. Phys. A: Math. Theor. **49**, 375202 (2016).

## 5. Omówienie pozostałych osiągnięć naukowo-badawczych (artystycznych)

M. Białous, V. Yunko, S. Bauch, **M. Ławniczak**, B. Dietz, L. Sirko, 2016, *Power spectrum analysis and missing level statistics of microwave graphs with violated time reversal invariance*, Phys. Rev. Lett. **117**, 144101

W pracy tej po raz pierwszy pokazano metodę wykrycia liczby utraconych poziomów energetycznych w układach chaotycznych. W przeprowadzonych doświadczeniach symulowano pięciowierzchołkowe grafy kwantowe ze złamaną symetrią względem odwrócenia czasu poprzez sieci mikrofalowe z cyrkulatorami.

M. Białous, V. Yunko, S. Bauch, **M. Ławniczak**, B. Dietz, L. Sirko, 2016, *Long-range correlations in rectangular cavities containing point-like perturbations* Phys. Rev. E **94**, 042211

W pracy tej wyznaczono widmową moc dyskretnych i skończonych szeregów  $S(\tilde{k})$  dla prostokątnej mikrofalowej wnęki rezonansowej z dwiema antenami. Anteny, działając jak rozpraszacze, sprawiły, że układ symulował kwantowy bilard w obszarze przejściowym pomiędzy układem regularnym a chaotycznym. Wyniki porównano z obliczeniami numerycznymi, w których anteny uwzględniono jako punktowe rozpraszacze. Porównanie to pokazało zgodność z wynikami eksperymentalnymi, a także unaocznilo fakt, że układ taki może być traktowany jako układ semi-Poisson.

**M. Ławniczak**, M. Białous, V. Yunko, S. Bauch, L. Sirko, 2015, *Experimental investigation of the elastic enhancement factor in a transient region between regular and chaotic dynamics*, Phys. Rev. E **91**, 032925

W pracy tej po raz pierwszy analizowałem elastyczny współczynnik wzmocnienia dla układu w obszarze przejściowym pomiędzy układem regularnym a chaotycznym. Pokazałem, że współczynnik ten może być dobrą miarą stopnia chaotyczności układu. Otrzymane wyniki porównałem z wynikami doświadczalnymi uzyskanymi dla układu chaotycznego o podobnej absorpcji, a także z wynikami obliczeń numerycznych z wykorzystaniem teorii macierzy przypadkowych.

**M. Ławniczak**, M. Białous, V. Yunko, S. Bauch, L. Sirko, *Numerical and Experimental Studies of the Elastic Enhancement Factor for 2D Open Systems*, Acta Phys. Pol. A **128**, 974 (2015)

W pracy tej kontynuowałem analizę elastycznego współczynnika wzmocnienia dla układu w obszarze przejściowym pomiędzy układem regularnym a chaotycznym. Otrzymane wyniki doświadczalne porównałem z obliczeniami numerycznymi w funkcji absorpcji nie tylko dla układu regularnego, gdzie  $\kappa = 0$ , ale także z wynikami obliczeń dla  $\kappa = 2.8$ , tj.  $W_{\beta=1}(\gamma, \kappa = 2.8)$  ( $\kappa \rightarrow \infty$  dla układów chaotycznych i  $\kappa = 0$  dla układów regularnych). Porównanie pokazuje zgodność, w granicach błędów doświadczalnych, moich obliczeń z wynikami eksperymentalnymi, wskazując tym samym, że elastyczny współczynnik wzmocnienia jest dobrą miarą chaotyczności układu.

**M. Ławniczak**, S. Bauch, O. Hul, L. Sirko, *Experimental investigation of microwave networks simulating quantum chaotic systems: the role of direct processes*, Phys. Scr. **T147**, 014018 (2012).

W pracy tej pokazano, że rozkład elastycznego wzmocnienia w funkcji siły absorpcji układu nie zależy od tzw. procesów bezpośrednich. Procesy te są związane z nieidealnym sprzężeniem układu doświadczalnego z aparaturą pomiarową. Eksperymenty przeprowadzono dla sieci mikrofalowych symulujących grafy kwantowe z zachowaną oraz ze złamaną symetrią względem odwrócenia czasu.

**M. Ławniczak**, A. Borkowska, O. Hul, S. Bauch, L. Sirko, *Experimental determination of the autocorrelation function of level velocities of microwave networks simulating quantum graphs*, Acta Phys. Pol. A **120**, 185 (2011).

W pracy tej zaprezentowano doświadczalny rozkład funkcji autokorelacji poziomów energetycznych uzyskany dla heksagonalnej sieci mikrofalowej symulującej graf kwantowy z zachowaną symetrią względem odwrócenia czasu.

**M. Ławniczak**, S. Bauch, O. Hul, L. Sirko, *Experimental investigation of the enhancement factor and the cross-correlation function for graphs with and without time-reversal symmetry: the open system case*, Phys. Scr. **T143**, 014014 (2011).

W pracy tej pokazano użyteczność funkcji korelacji krzyżowej w rozróżnieniu klasy symetrii w RMT. Udowodniono, że usunięcie wpływu procesów bezpośrednich z widma macierzy rozpraszania sprawia, że miara ta staje się bardziej efektywna. Dodatkowo pokazano rozkład elastycznego

współczynnika wzmocnienia w funkcji absorpcji. Rozkłady uzyskano dla sieci mikrofalowych symulujących grafy z zachowaną i złamaną symetrią względem odwrócenia czasu.

**M. Ławniczak, S. Bauch, O. Hul, L. Sirkò**, *Experimental investigation of the enhancement factor for microwave irregular networks with preserved and broken time reversal symmetry in the presence of absorption*, Phys. Rev. E **81**, 046204 (2010).

W pracy tej po raz pierwszy pokazano doświadczalny rozkład elastycznego współczynnika wzmocnienia w funkcji absorpcji dla sieci mikrofalowych. Po raz pierwszy dokonano tego dla układu ze złamaną symetrią względem odwrócenia czasu (GUE). Pokazano też wyniki dla sieci symulujących układy typu GOE.

**M. Ławniczak, O. Hul, S. Bauch, L. Sirko**, *Experimental and numerical studies of one-dimensional and three-dimensional chaotic open systems*, Acta Phys. Pol. A **116**, 749 (2009).

Po raz pierwszy uzyskano doświadczalny rozkład współczynnika odbicia oraz macierzy reakcji Wignera dla trójwymiarowych, mikrofalowych wnęk rezonansowych z silną absorpcją. Pokazano, że miary te, choć przewidziane dla układów kwantowych, są spełnione także dla układów klasycznych.

**M. Ławniczak, O. Hul, S. Bauch, P. Šeba, L. Sirko**, *Experimental and numerical investigation of the reflection coefficient and the distributions of Wigner's reaction matrix for irregular graphs with absorption*, Phys. Rev. E **77**, 056210 (2008).

W pracy tej po raz pierwszy uzyskano doświadczalny rozkład współczynnika odbicia i macierzy reakcji Wignera dla układów chaotycznych z zachowaną symetrią względem odwrócenia czasu, czyli układu typu GOE. Wyniki uzyskano z jednoportowych pomiarów widm macierzy rozpraszania.

**M. Ławniczak**, *Wyznaczenie temperaturowej zależności efektywnego kwadratowego współczynnika elektrooptycznego  $|n_e^3 g_{3333} - n_o^3 g_{1133}|$  w kryształach DKDP (2006)*

W ramach pracy magisterskiej wyznaczyłem niebadaną przedtem temperaturową zależność efektywnego kwadratowego współczynnika elektrooptycznego  $|n_e^3 g_{3333} - n_o^3 g_{1133}|$  w kryształach DKDP.

Ławniczak