

Kraków, 22 grudnia 2023

**Recenzja rozprawy doktorskiej mgr. Tanii Paul:
“Effect of excitons in quantum spin Hall effect”**

Recenzowana rozprawa doktorska została wykonana w Międzynarodowym Centrum Badawczym “MagTop”, będącym częścią Instytutu Fizyki Polskiej Akademii Nauk w Warszawie, a jej promotorami są Dr. Timo Hyart, zatrudniony obecnie w Uniwersytetach w Aalto i Tampere (Finlandia) oraz dr hab. Wojciech Brzezicki zatrudniony w Instytucie Fizyki Teoretycznej Uniwersytetu Jagiellońskiego w Krakowie, a wcześniej pracujący także w Centrum Badawczym “MagTop”.

Rozprawa została napisana w języku angielskim i ma formę tekstu podzielonego na sześć rozdziałów, o łącznej objętości 112 stron, spośród których 27 stron liczą reprinty dwóch artykułów opublikowanych w czasopiśmie *Physical Review B* w 2022 roku, których doktorantka jest pierwszą autorką, a które zawierają oryginalne wyniki badań teoretycznych wykonanych na potrzeby rozprawy. Tekst główny poprzedzają jednostronicowe streszczenia w języku angielskim i polskim, licząca dwie pozycje lista publikacji (włączonych do tekstu rozprawy), lista trzech referatów wygłoszonych na konferencjach międzynarodowych, jak również spis treści i listy rysunków oraz tabel. Całość zamyka liczący 155 pozycji spis literatury cytowanej.

Struktura pracy podporządkowana jest prezentacji wyników doktorantki dotyczących wzbudzeń ekscytonowych w układach dwuwarstwowych z odwróconymi pasmami, które — oprócz zjawiska kondensacji ekscytonów — wykazują także spinowy efekt Halla. W pierwszej ze wspomnianych wyżej prac źródłowych [*patrz*: Tania Paul, V. Fernández Bécerra, i Timo Hyart, “Interplay of quantum spin Hall effect and spontaneous time-reversal symmetry breaking in electron-hole bilayers.I. Transport

properties”, *Physical Review B* **106**, 235420 (2022)] opisano zjawisko spontanicznego złamania symetrii odwrócenia czasu w układzie dwuwarstwowym InAs/GaSb związane z obecnością ekscytonów. W drugiej pracy [“Interplay of quantum spin Hall effect and spontaneous time-reversal symmetry breaking in electron-hole bilayers.II. Zero field topological superconductivity”, *Physical Review B* **106**, 235421 (2022)] rozważana jest możliwość występowania zlokalizowanych stanów fermionów Majorany na granicy układu dwuwarstwowego ze złamaniem symetrii odwrócenia czasu i nadprzewodnika. Od strony wyboru tematyki praca bez wątpienia mieści się w głównym nurcie współczesnej fizyki materii skondensowanej. (Wyniki przesądzające o wartości naukowej pracy omówię w dalszej części recenzji.)

Główny tekst rozprawy otwiera Wprowadzenie (ang. *Introduction*), w którym autorka zawarła zwięzły opis zjawisk fizycznych i modeli matematycznych rozważanych w dalszych częściach rozprawy. W szczególności, omówiono kwantowy efekt Halla prezentując interpretację topologiczną kwantowania przewodnictwa, jak również wersję anomalną efektu Halla — tj. taką, w której skwantowane przewodnictwo pojawia się w zerowym polu magnetycznym, co ma miejsce w układach nazywanych izolatorami Cherna — oraz tzw. spinowy efekt Halla. Dalej, we Wprowadzeniu, zaprezentowano modele Haldane’a na sieci typu plaster miodu oraz model Qi-Wu-Zhanga, mające zastosowanie do opisu wspomnianych wyżej izolatorów Cherna; naświetlono także rolę symetrii i niezmienników topologicznych w kwantowej wersji spinowego efektu Halla. Końcowe podrozdziały poświęcono omówieniu koncepcji fermionów Majorany, tj. efektywnych kwazicząstek relatywistycznych, które są zarazem swoimi antycząstkami, jednowymiarowego modelu Kitaeva wraz z ideą ciałostalowej realizacji kwazicząstek Majorany na granicy nadprzewodnik–izolator topologiczny, a także zaprezentowano podstawy formalizmu Landauera-Büttikera służącego opisowi zjawisk transportu kwantowego w układach mezo- i nanoskopowych. Wprowadzenie zamyka trzystronicowy opis przesłanek stojących za podjęciem badań i zagadnień szczegółowych opisanych w dalszych rozdziałach uzupełniony syntetycznym opisem struktury pozostałych części pracy.

Rozdział 2. (*Bernevig-Hughes-Zhang model for the quantum spin Hall effect*) poświęcony jest prezentacji hamiltonianu i parametrów tytułowego modelu (BHZ) oraz jego zastosowania do opisu dwóch typów dwuwymiarowych studni kwantowych, z których *studnie typu I* mogą zostać zrealizowane jako heterostruktury HgTe/CdTe (przy czym tellurek rtęci stanowi materiał studni kwantowej zaś tellurek kadmu – materiał bariery), a charakteryzują się strukturą jednocząstkową wykazującą inwersję

pasem energetycznych wraz ze wzrostem szerokości studni; z kolei *studnie typu II* to układy podwójne, złożone ze studni InAs/AlSb oraz GaSb/AlSb (gdzie arsenek indu i antymonek galu są materiałami poszczególnych studni zaś antymonek glinu – materiałem obu barier), w których inwersja pasm może być kontrolowana także za pomocą potencjału bramki. Omówiono tutaj ewolucję struktury pasmowej obu typów studni kwantowych dla realistycznych wartości parametrów modelu BHZ, jak również efekty asymetrii masy efektywnej (która jest różna dla cząstek i dziur), zewnętrznych pól magnetycznych (prostopadłych lub stycznych do powierzchni rozważanych studni), oraz znaczenie symetrii i niezmienników topologicznych dla zrozumienia cech charakterystycznych struktury energetycznej rozważanych układów w sytuacji, gdy oddziaływania elektronów nie są uwzględnione.

W rozdziale 3. (*Interplay of excitons and the quantum spin Hall effect*) pokazano, że oddziaływanie kulombowskie może prowadzić do występowania wzbudzeń ekscytonowych (par cząstka–dziura) w studniach typu II. Przeprowadzone obliczenia numeryczne — w ramach modelu BHZ rozszerzonego o oddziaływanie kulombowskie i analizowanego na poziomie przybliżenia Hartree-Focka — sugerują, że w rozważanym układzie występować będzie nietypowe przejście o naturze topologicznej, w ramach którego spontaniczne złamanie symetrii odwrócenia czasu skutkuje zmianą charakteru stanu podstawowego układu, z izolatora pasmowego do kwantowego spinowego izolatora Halla (ang. *quantum spin Hall insulator*).

Rozdziały 4. i 5. zawierają reprintsy dwóch prac opublikowanych w *Physical Review B* w 2022 roku, poprzedzone krótkimi omówieniami ich głównych wyników. Pierwsza z prac (*Interplay of quantum spin Hall effect and spontaneous time reversal symmetry breaking in electron-hole bilayers I. Transport properties*) poświęcona jest analizie możliwości demonstracji doświadczalnej przejścia pomiędzy fazą spinowego izolatora Halla a specyficzną fazą izolatora topologicznego, w którym obecność ekscytonów prowadzi do efektywnego złamania symetrii odwrócenia czasu. Z kolei druga praca (*Interplay of quantum spin Hall effect and spontaneous time-reversal symmetry breaking in electron-hole bilayers II. Zero-field Topological Superconductivity*) porusza problem wykorzystania ekscytonów łamiących symetrię odwrócenia czasu do realizacji stanów (modów) Majorany, zlokalizowanych na granicy izolatora topologicznego i nadprzewodnika. Przedstawiono w niej również opis teoretyczny nietypowej wersji efektu Josephsona, w której obszary nadprzewodzące rozdzielono obszarem izolatora topologicznego ze złamaniem symetrii odwrócenia czasu, a która charakteryzuje się występowaniem prądu Josephsona oscylującego —

jako funkcja różnicy faz po obu stronach izolatora — z okresem 4π , co można uznać za przesłankę za obecnością modów Majorany w układzie.

Ostatni rozdział 6. (*Conclusion and Outlook*) zawiera krótkie, niespełna dwustronicowe, podsumowanie najważniejszych wyników zaprezentowanych w rozprawie; wyrażono tam także przekonanie, że zasadnicze przewidywania teoretyczne powinny być możliwe do zweryfikowania doświadczalnego z użyciem istniejących (lub budowanych obecnie) układów nanoelektronicznych.

Przystępując do oceny przedłożonej rozprawy należy zaznaczyć, że pomimo heterogenicznej struktury (jak wspomniano wyżej, do tekstu włączono reprintsy artykułów, z których każdy posiada osobne wprowadzenie, opis rozważanego układu i metod teoretycznych, jak również kilka dodatków matematycznych zawierających rachunki szczegółowe i spis literatury, co siłą rzeczy generuje szereg powtórzeń i nieco zaburza ciąg logiczny prezentacji) jej części opisowe — tzw. “przewodnik po publikacjach” — tworzą raczej spójną całość, której lektura niewątpliwie ułatwia zrozumienie zagadnień i najważniejszych wyników szczegółowych zaprezentowanych w pracach oryginalnych. Autorka nie ustrzegła się niestety pewnej liczby błędów literowych i edytorskich (“hobeycomb” zamiast “honeycomb” — s. 11, “Gamma” zamiast symbolu “ Γ ” — s.41), językowych (s.43, pierwsze zdanie podrozdziału 2.7.1 najprawdopodobniej powinno zaczynać się od przyimka “In”), jak również kilku niezbyt precyzyjnych sformułowań (s.27, stwierdzenie: “the difference between the Fermi energies is equal to the voltage” jest nieściśle, w istocie różnica energii Fermiego to napięcie pomnożone przez ładunek elementarny; nienajszczęśliwsze wydaje się również — pojawiające się na s.28 — przypisanie potencjałom chemicznym rezerwuarów wartości “0” oraz “eV”; taka konwencja mocno komplikuje opis układów z wypełnieniem sterowanym potencjałem bramki).

Wskazane wyżej uchybienia nie mają jednak istotnego znaczenia dla oceny rozprawy, której tekst należy uznać za zredagowany starannie; warto również podkreślić, że liczne spośród rysunków zaprezentowanych w rozprawie zostały wykonane specjalnie na potrzeby wprowadzenia i prezentacji wyników w rozdziałach 2. i 3. (tzn. nie występują one w reprintsach artykułów), a ten dodatkowy wysiłek niewątpliwie ułatwił śledzenie wywodu i pozytywnie wpłynął na czytelność całości.

W podsumowaniu stwierdzam, że w rozprawie zaprezentowano szereg oryginalnych i ciekawych wyników teoretycznych, dotyczących możliwości sterowania stanami kwantowymi wybranych układów topologicznych za pomocą zewnętrznych pól

elektromagnetycznych, o potencjalnie istotnym znaczeniu dla rozwoju i zastosowań nanourządzeń elektronicznych. Szczególnie ważne wydają się wyniki dotyczące detekcji stanów (modów) typu Majorany na granicy izolator topologiczny/nadprzewodnik i zachowania prądu Josephsona w tego typu układach. Jestem przekonany, że **przedłożona mi do oceny rozprawa spełnia wszelkie ustawowe i zwyczajowe wymagania stawiane pracom doktorskim i wnoszę o dopuszczenie doktorantki do dalszych etapów postępowania doktorskiego.**



Prof. Adam Rycerz