

Prof. dr hab. Andrzej Kozłowski  
Wydział Fizyki i Informatyki Stosowanej  
Katedra Fizyki Ciała Stałego  
Akademia Górniczo-Hutnicza  
30-059 Kraków, al. Mickiewicza 30

Kraków, 24 lipca 2024

Recenzja  
rozprawy doktorskiej której autorem jest mgr Pardeep Kumar Tanwar

“Heat Transport by Topological Excitations”

wykonanej w Instytucie Fizyki PAN w Warszawie pod opieką Dr. hab. Marcina Matusiaka

Recenzowaną rozprawę doktorską stanowią dwie powiązane tematycznie ze sobą, wieloautorskie publikacje w postaci listów do redakcji Physical Review B: „Severe violation of the Wiedemann-Franz law in quantum oscillations of NbP” (PRB 106, L041106\_1-L041106\_6 (2022)) i „Gravitational anomaly in the ferrimagnetic topological Weyl semimetal NdAlSi” (PRB 108, L161106\_1-L161106\_7 (2023)). W obu artykułach mgr Tanwar jest pierwszym autorem, a całość Rozprawy jest poprzedzona rozległym wprowadzeniem. W artykułach przedstawiono eksperymentalne dowody, że oba badane związki są półmetalami Weyla, oraz że takie związki wykazują bardzo spektakularne właściwości związane z zachowaną chiralnością elektronów Weila i topologią ich stanów.

Rozprawa została przygotowana w ramach wspólnego projektu Warszawskiej Szkoły Doktorskiej Nauk Przyrodniczych i BioMedycznych, Międzynarodowego Centrum Badawczego MagTop i Instytutu Fizyki Polskiej Akademii Nauk pod kierunkiem dr hab. Marcina Matusiaka.

Rozprawa napisana jest w języku angielskim, liczy 138 stron, przy czym wprowadzenie i podsumowanie to w sumie 59 stron, artykuły 26 stron, reszta to oświadczenie współautorów o ich udziale, spis rysunków we Wprowadzeniu, spis treści, podziękowania i.t.p.

Rozprawa doktorska mgr Tanwara dotyczy niezwykle interesującego zagadnienia wpływu nietrywialnej topologii stanów, formalnie bezmasowych, elektronów na właściwości materiałów. Ze względu na ochronę topologiczną niektórych z tych właściwości, np. niewrażliwość transportu elektronowego na nieporządek atomowy (w tym defekty i zabrudzenia), wysoką ruchliwość elektronów, materiały o nietrywialnej topologii mają, czy też w niedalekiej przyszłości, będą miały, poważne znaczenie praktyczne. Jednak sama Rozprawa ma na celu sprawdzenie istnienia bardzo spektakularnych efektów, które mogą jednoznacznie stwierdzić, że wynikają one właśnie z „weylowskiego” charakteru elektronów i topologii ich stanów. Takich efektów nie jest wiele (może poza Kwantowym Anomalnym Efektem Halla i ujemnym magnetooporem) i jasne kryterium tego, że jakiś materiał ma nietrywialną topologię, lub jest półmetalem Weyla, jest bardzo korzystne. Niezależnie od tego, fascynująca jest obserwacja elektronów Weyla o określonej i zachowanej w czasie chiralności-skretności.

Obie prace na których opiera się Rozprawa stanowią znacznie pełniejszy opis możliwości Autora niż Wprowadzenie w temat. Dlatego moja ocena jest właśnie głównie oparta na pracach, natomiast Wprowadzenie opisuje tylko informacyjnie.

Wprowadzenie podzielone jest na 5 rozdziałów:

**Rozdział 1**, „Introduction”, wprowadza w problematykę topologii stanów elektronowych, w szczególności opisując półmetal Weyla. Tu też opisano wpływ topologii na te właściwości fizyczne materiałów, które są istotnie różne od właściwości materiałów o trywialnej topologii. Autor skupił się tu na zjawisku wysokiego magnetooporu i tych właściwościach, które wynikają bezpośrednio z obecności bezmasowych elektronów o określonej chiralności. Autor zauważa też tu problem, że realizacja fermionów Weyla w materiałach nie jest doskonała: „...Ideally, the Weyl fermions are expected to be massless, but their analogous form in a solid state is observed to have a tiny mass compared to electrons in metals...” (str. 3), czy też „...The Weyl semimetal of type-II shows somewhat different physical properties in comparison with the type-I WSM because the former does not respect the Lorentz symmetry [45]” (str. 5). To istotne uwagi, ponieważ autorzy prac na których opiera się rozprawa pokazują, że nawet jeśli elektrony w badanych materiałach nie są dokładnie bezmasowymi fermionami Weyla, zachowującymi chiralność i helikalność jednocześnie, to ich zachowanie w materiale pokazuje typowe dla fermionów Weyla właściwości. Chciałbym jednak prosić o komentarz Autora w tej sprawie.

**Rozdział 2**, „Methodology”, opisuje eksperymentalne sposoby charakteryzowania badanych próbek i ich otrzymanie w postaci monokryształów. To akurat ważna część, bo wielu detali eksperymentalnych w obu pracach brak.

Część wstępna, w 2.1., mówiąca o tym jak istotne są monokryształy, jest zupełnie zbędna i niczego do Pracy nie wnosi. Dalsza część Rozdziału jest bardzo „nierówna”: sporo tu detali (np. detaliczny opis kriostatu) przy jednoczesnym braku istotnych wiadomości: np. jakie były fluktuacje temperatury próbki i pola magnetycznego, jakie rozmiary próbki, odległości termopar. Do zrozumienia eksperymentu nie jest potrzebna fotografia piły drutowej, choć myślę, że uchwyt do niej mógł autor zaprojektować, stąd te szczegółowe dane. Podobnie, nie jest potrzebny Rys. 2.7 (spawarka), natomiast nie rozumiem Rys. 2.8 (układ termopar) i tu przydałby się schemat. A Rys. 2.10 (zdjęcie próbki, termopar i grzejnika) powinno być związane z Rys. 2.4, gdzie próbka wygląda zupełnie inaczej.

To dość charakterystyczne cechy całego Wprowadzenia: czasem skupienie się na mniej ważnych szczegółach, przy bardzo pobieżnym potraktowaniu innych, istotnych zagadnień.

**Rozdział 3**, „Chiral zero-sound”, to najpierw wprowadzenie, deklaracje autorów pracy, a następnie sama Praca 1, t.j. „Severe violation of the Wiedemann-Franz law in quantum oscillations of NbP”

Sama praca jest bardzo dobra i świetnie napisana, natomiast z podrozdziału 3.1 („Summary”) niewiele się o niej dowiedziałem.

**Rozdział 4**, „Gravitational anomaly” omawia drugą z prac (Praca 2): „Gravitational anomaly in the ferrimagnetic topological Weyl semimetal NdAlSi”. Pierwsza część podrozdziału 4.1 przedstawia i podsumowuje problem opisany w Pracy 2. Chciałbym prosić autora o dokładniejsze określenie co ma na myśli pisząc na sam koniec Podrozdziału 4.1: „These findings not only deepens our understanding of Weyl semimetals but may also hold great promise for future applications in condensed matter physics.”, w szczególności jakie przyszłe zastosowania widzi w znalezionej w pracy 2 „anomalia grawitacyjnej”

**Rozdział 5**, „Summary” podsumowuje przedstawione w obu pracach wyniki stwierdzając między innymi, że podstawowa zastosowana metoda doświadczalna, t.j. pomiar

przewodnictwa cieplnego w funkcji temperatury i pola magnetycznego do 14.4 T ma przewagę nad pomiarami elektrycznymi nie powodując występujących tam problemów. Czytelnik dowiadyuje się też, że Autor przygotował uchwyt do tych pomiarów, co niewątpliwie jest istotnym jego wkładem, bo same pomiary przewodnictwa cieplnego są subtelne (ze względu na niewielki rozmiar próbki, oraz konieczność dołączenia termopar i grzejnika) i wymagają subtelności w ich przeprowadzeniu.

Tu także przedstawione są bardzo krótko wyniki obu prac. I co prawda nie bardzo rozumiem drugiego z punktów (czyli "How does the magnetic field influence the properties of topological heat carriers?"), to jednak uważam, że ten rozdział wnosi wiele informacji.

**Bibliografia** liczy 157 pozycji, oczywiście w większości bardzo nowych z racji poruszanego tematu. Źródła są aktualne, powiązane z Rozprawą i bardzo użyteczne w jej analizie.

Podsumowując Wprowadzenie, muszę ponownie stwierdzić, że o ile wysoko oceniam prace będące podstawą Dysertacji, o czym poniżej, to Wprowadzenie nie jest napisane jasno. Jest w nim sporo niezrozumiałych stwierdzeń, i odwrotnie, sporo miejsc, które są oczywiste, a więc niepotrzebne. Wiele jest stwierdzeń pozbawionych praktycznie treści: nagromadzenie terminów „topologicznych” znacznie przekracza ich wartość informacyjną. Mam wrażenie, że czytelnik nie zaznajomiony z tematem obu prac dowie się z nich, szczególnie z Pracy 1, więcej niż z Wprowadzenia.

### **Mój pogląd na temat obu prac**

Jak powiedziałem wyżej, wysoko oceniam obie prace na których opiera się Rozprawa. Poza przeprowadzeniem trudnych eksperymentów i ich zaawansowaną analizą, prace są dobrze i logicznie napisane (szczególnie odnosi się to do Pracy 1), a poza tym wnioski są głęboko uzasadnione.

### **Praca 1**

I tak, w pierwszej z prac sprawdzono koncepcję z artykułu Phys. Rev X 9, 021053 (2019) (t.j. z pozycji literaturowej [5] w omawianej Pracy 1), że w półmetal Weyla z wieloma parami punktów Weyla relacja dyspersji oscylacji gęstości ładunków, bez ich transportu, z udziałem elektronów Weyla nie ma przerwy, co powoduje wystąpienie “chiral zero sound” (CZS). Prędkość CZS jest proporcjonalna do pola magnetycznego w zakresie małych wartości pól i wykazuje oscylacje dla większych, a zjawisko może być wykryte przez badanie przewodnictwa cieplnego  $\kappa$  w polu magnetycznym.

Wyniki pomiarów rzeczywiście pokazują istnienie bardzo znacznego przewodnictwa cieplnego, absolutnie przewyższającego wartości obliczone na podstawie prawa Wiedemanna –Franza (W-F) z zależności przewodności elektrycznej od pola magnetycznego  $\sigma(B)$ . Zależność  $\kappa$  od pola B pokazuje też bardzo silne oscylacje, w przeciwfazie w stosunku do tych w  $\sigma(B)$ , co dodatkowo wskazuje na CZS. A zatem, jak teoretycznie przewidziano, transport ciepła nie jest tu związany z transportem elektronowym. Po bardzo dokładnej i wnikliwej analizie autorzy stwierdzają, że obserwowane zjawiska wynikają najprawdopodobniej z CSZ.

Moje drobne uwagi dotyczą tu paru zagadnień:

Autorzy uczciwie przyznają, że monokryształ NbP na którym przeprowadzono badania ma zbliżoną stałą sieci do literaturowych właściwości i „niemal idealną stechiometrię”. Ponieważ niestechiometria może przesuwac poziom Fermiego, to interesuje mnie jak ta niestechiometria i drobne zmiany w strukturze (jak drobne?) wpływają na własności materiału? Czy nie jest tak, że stożki Weyla mogą zacząć na siebie zachodzić? Że może

zmniejszyć się ruchliwość nośników, a także utrudni się wyciągnięcie wniosków dotyczących topologii stanów elektronowych.

Możliwe też są niepewności eksperymentalne, które, w odróżnieniu od powyższej wspomnianych (dotyczących położenia poziomu Fermiego), nie wypaczą fizycznych wniosków, jednak mogą być przyczyną niepewności wartości liczbowych wyników. W pierwszej kolejności mam tu na myśli niepewności związane z położeniem termopar: przy długości próbki 1,9 mm położenie termopar może skutkować poważnym błędem; jakim? Czy uwaga poniżej Rys. 3 tej pracy (“..where the error is based on the estimated uncertainty in determination of the geometrical factor..”) właśnie do kombinowanej niepewności  $\rho$  i  $\kappa$  się odnosi?

Uderza bardzo dokładne i wnikliwe zaplanowanie eksperymentu (np. wzięcie pod uwagę tylko dolnego zakresu pola magnetycznego w analizie  $R(T)$ ) i analiza różnych przyczyn, które mogły by spowodować bardzo duże przewodnictwo cieplne i odejście od prawa W-F. Autorzy zastanawiają się jakie, poza oscylacjami z CZS, mogą być inne przyczyny oscylacji, w szczególności, czy mogą to być fonony i ich zależność od pola B, kwitując, że raczej nie jest to możliwe. Ale zależność  $\kappa(T)$  w zakresie poniżej  $T=20$  K (Rys. 2) tak bardzo przypomina zależność  $C_p$  od  $T$ , że autorzy prawdopodobnie sprawdzili do jakiego stopnia  $\kappa(T)$  koreluje z  $C_p(T)$ . Bo może rzeczywiście ten wzrost przewodnictwa cieplnego jest związany z fononami. (przy okazji: w dyskusji Pracy 1 podano prawdopodobnie błędną formułę na  $\kappa$  z potęgą „-3”, zamiast „3”). W końcu fonony istnieją dzięki oddziaływaniom między elektronami, więc zależność stanów elektronowych od pola B może mieć wpływ na fonony. Zresztą w Pracy 2 autorzy to dyskutują i tam taka zależność brana jest bardzo poważnie pod uwagę.

Jak już powiedziałem, Praca 1 jest świetnie napisana i jej czytanie to przyjemność.

### **Praca 2**

Druga praca, Praca 2, również dotyczy zależności przewodnictwa cieplnego i elektrycznego od pola magnetycznego. Autorzy udowodnili, że wzrost przewodnictwa elektrycznego z polem magnetycznym, w sytuacji gdy pola B i E są wzdłuż kierunku łączącego węzły Weyla, jest skorelowany z analogicznym wzrostem przewodnictwa cieplnego gdy E zastąpione jest gradientem T. I że te dwie wielkości są związane analogiczną formułą jak w prawie W-F. Efekt jest przewidzianym teoretycznie wynikiem istnienia fermionów Weyla i nietrywialnej topologii stanów elektronowych, ale wyniki eksperymentu dodatkowo pokazują, że efekt może wystąpić również w przypadku gdy poziom Fermiego nie leży w miejscu węzłów Weyla.

Ten ostatni fakt pozostaje w ścisłym związku z wynikami z Pracy 1 w tym sensie, że pokazuje możliwość istnienia efektów przewidzianych teoretycznie w przypadku bezmasowych fermionów również w realnym przypadku stanów elektronowych (np. masa efektywna równa jest 0.11 masy swobodnego elektronu, zamiast zero).

Uwagi, które po przeczytaniu artykułu mi się narzucają, to:

Z czego wynika konieczność przyłożenia pola E, B i  $\text{grad}T$  wzdłuż kierunku a kryształu?

Czy mogę prosić o wyjaśnienie ciekawego stwierdzenia : “Since the incommensurate wave vector connects different nontrivial Fermi pockets, the magnetism in NdAlSi appears to be mediated by Weyl fermions”?

Proszę też o wyjaśnienie dość gwałtownego wzrostu  $R$  poniżej  $T=5.5$  K widocznego we wstawce na Rys. 1a; autorzy to komentują, „The increase of  $\rho$  below  $T \approx 5.5$  K may be due to

a superzone gap formation that can develop in a case when the periodicity of antiferromagnetic order is different from that of the lattice”, ale nie jest to dla mnie jasne.

Podobnie rzecz się ma z widocznymi na Rys. 1 anomaliami w  $R(B)$  w niskich temperaturach. Autorzy opisali to jako „At low temperatures there are visible anomalies in  $\rho(B)$  (like at  $B \approx 2, 10$  T at  $T \approx 4.7$  K, and  $B \approx 12$  T at  $T = 1.8, 2.8$  K), which presumably in high magnetic field marks a suppression of the spin density, as it closes the gap in the nested parts of the Fermi surface”, ale prosiłbym o dodatkowy komentarz.

Zarówno jedna jak i druga grupa anomalii to najbardziej spektakularne zjawiska w przedstawionych wynikach, mimo, że autorzy nie wiążą ich z topologią.

Wydaje mi się, że jest drobny błąd w podpisie pod Rys. 1: “Inset: zero-field temperature dependence of the resistivity measured along [100] with anomalies at  $T_{\text{incom}} = 7.2$  K (green arrow) and  $T_{\text{com}} = 3.2$  K (red arrow) marking the incommensurate antiferromagnetic to commensurate ferromagnetic and paramagnetic to incommensurate antiferromagnetic transitions, respectively”. Jest chyba odwrotnie.

Wynik pomiarów zawartych w Pracy 2 jest ważny, lecz nie tak spektakularny jak ten opisany w Pracy 1, a ponadto układ pracy i sposób pisania nie pomaga w łatwym śledzeniu wywodu. Ponadto część dotycząca opisu eksperymentu jest dość uboga w porównaniu z Pracą 1. W szczególności niewiele jest wspomniane na temat niepewności wyników pomiarowych.

### **Dorobek publikacyjny**

Co prawda Rozprawa opiera się na dwóch zawartych w tekście artykułach, lecz dorobek prezentacyjny autora jest znacznie szerszy. Jest współautorem 2 prac dotyczących badania półmetali Weyla (Journal of Physics and Chemistry of Solids 170 (2022): 110939 i Physical Review B 107, no. 8 (2023): 085102), a dwie następne prace zostaną prawdopodobnie opublikowane w PRB. W żadnej z tych prac nie jest pierwszym autorem, co prawdopodobnie spowodowało, że nie weszły w skład Rozprawy. Pan Tanwar prezentował ponadto swoje prace na 4 konferencjach, a także przez jeden miesiąc w 2023 zajmował się problematyką wzrostu monokryształów w PSI w Szwajcarii.

### **Formalna ocena spełnienia wymagań stawianych rozprawom doktorskim**

Udowodnienie istnienia dwóch efektów charakterystycznych dla fermionów Weyla w układach o złamanej symetrii TRS i inwersji, i przewidzianych teoretycznie, a ogólniej, pokazanie, że przewidywania teoretyczne dotyczące idealnych fermionów Weyla są obserwowane w realnych materiałach stanowią oryginalne rozwiązanie problemu naukowego. Autor wykazał się też szeroką znajomością zagadnień teoretycznych dotyczących półmetali Weyla, a także brał czynny udział w przygotowaniu eksperymentów i ich przeprowadzeniu. Zatem Rozprawa spełnia wszelkie wymogi Ustawy stawiane rozprawom doktorskim i wnoszę o dopuszczenie mgr Pardeepa Kumara Tanwara do dalszych etapów przewodu doktorskiego.

*Andrzej Kotowski*