## Funkcje korelacji widmowych w badaniu układów kwantowych i falowych

## Dr Małgorzata Barbara Białous

Instytut Fizyki, Polska Akademia Nauk, Warszawa



## **Osiągnięcie habilitacyjne - Autoreferat** Załącznik nr 3

Spis treści

| 1. Stopnie naukowe i doświadczenie                                                 | .2 |
|------------------------------------------------------------------------------------|----|
| 2. Prezentacja osiągnięć, o których mowa w art. 219 ustęp 1 pkt. 2 ustawy Prawo o  |    |
| szkolnictwie wyższym i nauce                                                       |    |
| 2.1 Tytuł oraz cykl publikacji stanowiących osiągnięcie naukowe                    | .3 |
| 2.2 Wprowadzenie                                                                   | 4  |
| 2.3 Opis osiągnięcia naukowego [H1-H7]                                             | .5 |
| 2.4 Wpływ moich osiągnięć na rozwój dyscypliny2                                    | 23 |
| 2.5 Bibliografia2                                                                  | 26 |
| 3. Omówienie drugiego osiągnięcia naukowego [D1-D3]                                | 27 |
| 4. Istotna aktywność naukowa realizowana w więcej niż jednej uczelni, instytucji   |    |
| naukowej                                                                           | 31 |
| 5. Inne osiągnięcia naukowe                                                        | 34 |
| 6. Informacja o aktywności dydaktycznej, organizacyjnej oraz popularyzującej naukę | •  |
| Dane naukometryczne- Załącznik nr 7                                                |    |

## 1. Stopnie naukowe i doświadczenie

#### Wykształcenie i stopnie naukowe:

- Doktor nauk fizycznych (maj 2009)
   Wydział Fizyki, Politechnika Warszawska
   Tytuł rozprawy: Badanie zdolności rozdzielczej ultraszybkich fotodetektorów LT GaAs.
   zrealizowana w Laboratorium Technik Femtosekundowych
   Promotor- prof. nzw. dr hab. Bronisław Pura
- Magister fizyki (czerwiec 1993)
   Wydział Matematyki, Fizyki i Chemii, Kierunek Fizyka
  Uniwersytet Mikołaja Kopernika w Toruniu,
  Tytuł pracy magisterskiej: Zjawisko podwójnego optyczno magnetycznego rezonansu w
  atomach <sup>48</sup>Cd zrealizowana w Laboratorium Fizyki Atomowej
  Promotor- prof. nzw. dr hab. Franciszek Bylicki
  Stypendium naukowe JM Rektora UMK
- II Liceum Ogólnokształcące, Olsztyn należało do Stowarzyszenia Szkół Aktywnych/Twórczych profil matematyczno - fizyczny

#### Informacja o pracy w jednostkach naukowych:

| ➢ 09/2013 - obecnie | Instytut Fizyki Polskiej Akademii Nauk, Warszawa<br>Oddział Fizyki Promieniowania i Spektroskopii- specjalista                                  |  |  |  |
|---------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|--|--|
| ▶ 06/2009 - 02/2011 | Wydział Fizyki Politechniki Warszawskiej, kontynuacja prac<br>badawczych w Laboratorium Technik Femtosekundowych                                |  |  |  |
| > 02/2006 - 09/2008 | zajęcia ze studentami PW- ćwiczenia do wykładów z Fizyki                                                                                        |  |  |  |
| ▶ 10/2001 - 09/2005 | Wydział Fizyki Politechniki Warszawskiej- studia doktoranckie,<br>prowadzenie zajęć dydaktycznych i ćwiczeń laboratoryjnych ze<br>studentami PW |  |  |  |

## 2. Prezentacja osiągnięć, o których mowa w art. 219 ustęp 1 pkt. 2 ustawy Prawo o szkolnictwie wyższym i nauce

#### 2.1 Tytuł oraz cykl publikacji stanowiących osiągnięcie naukowe

#### Funkcje korelacji widmowych w badaniu układów kwantowych i falowych.

[H1] M. Białous, V. Yunko, Sz. Bauch, M. Ławniczak, B. Dietz, L. Sirko Power spectrum analysis and missing level statistics of microwave graphs with violated time reversal invariance, Physical Review Letters 117, 144101 (2016)

 [H2] B. Dietz, V. Yunko, M. Białous, S. Bauch, M, Ławniczak, L. Sirko Nonuniversality in the spectral properties of time-reversal-invariant microwave networks and quantum graphs Physical Review E 95, 052202 (2017)

#### [H3] M. Białous, B. Dietz, L. Sirko

How time-reversal-invariance violation leads to enhanced backscattering with increasing openness of a wave-chaotic system, Physical Review E **102**, 042206 (2020)

#### [H4] M. Białous, B. Dietz, L. Sirko

*Missing level statistics in a dissipative microwave resonator with partially violated time-reversal invariance,* Physical Review E **103,** 052204 (2021)

#### [H5] M. Białous, L. Sirko

Enhancement factor in the regime of semi-Poisson statistics in a singular microwave cavity, Physical Review E **106**, 064208 (2022)

#### [H6] M. Białous, B. Dietz, L. Sirko

*Experimental study of the elastic enhancement factor in a three-dimensional wave-chaotic microwave resonator exhibiting strongly overlapping resonances,* Physical Review E **107**, 054210 (2023)

#### [H7] V. Yunko, M. Białous, L. Sirko

*Edge switch transformation in microwave networks,* Physical Review E **102**, 012210 (2020)

#### 2.2 Wprowadzenie

W fizyce jądrowej i atomowej ważną rolę pełni statystyczna analiza widm energetycznych. Stopień korelacji poziomów jest wskaźnikiem chaotyczności układów, które przejawiają cechy chaosu kwantowego [1-2]. Fluktuacje poziomów w układach kwantowych, posiadających chaotyczne odpowiedniki klasyczne, spełniają przewidywania teorii macierzy stochastycznych (RMT) [3-5]. Po raz pierwszy RMT wprowadzono do analizy widm energetycznych ciężkich jąder, a następnie zastosowano w wielu obszarach fizyki i matematyki [6-8].

RMT zakłada, iż układy chaotyczne mogą być modelowane przez trzy zespoły Gaussowskie, w zależności od symetrii Hamiltonianów  $\mathcal{H}$ : ortogonalne (GOE), unitarne (GUE) oraz symplektyczne (GSE) ze spinem połówkowym  $\pm 1/2$  [9-11]. Wymienione klasy są oznaczone indeksem Dysona  $\beta \in \{1,2,4\}$ , który jest miarą odpychania poziomów energetycznych. Symulacje numeryczne i badania teoretyczne RMT potwierdzają, iż statystyka poziomów determinuje dynamikę układów kwantowych. Z drugiej strony, klasyczne układy całkowalne z regularną dynamiką i brakiem korelacji opisuje rozkład Poissona ( $\beta$ =0) [12-13]. Wiadomo, iż wiele rzeczywistych układów fizycznych wykazuje pośrednią dynamikę [14-15], np. statystyki zdeformowanych jąder atomowych są bliższe rozkładowi Poissona, a tymczasem jądra sferyczne posiadają statystykę GOE. Ze wzrostem masy jądra obserwowane jest odchylenie od rozkładu GOE do Poissona [16].

Model standardowy RMT wymaga odpowiednio długich oraz kompletnych sekwencji poziomów energetycznych o jednej symetrii. Widma eksperymentalne tego warunku nie spełniają z powodu stanów niezidentyfikowanych lub mieszanej symetrii [17-18]. Absorpcja, niedoskonałość lub niekompletność widma powoduje, iż informacja o układzie kwantowym staje się niejednoznaczna. Wpływ na widmo mają także lokalne transformacje układu, np. przekształcenia typu "switch" [19-20] lub zmiana warunków brzegowych Neumanna oraz Dirichleta [5]. Z tego względu kluczowa staje się odpowiednia analiza spektralna, która pozwoli uzyskać informacje o oddziaływaniu poziomów oraz klasie symetrii układu.

W badaniu fluktuacji spektralnych mają zastosowanie krótko- oraz długo-zasięgowe funkcje korelacji macierzy rozpraszania [21-25]. Pozwalają jednoznacznie ustalić stopień chaotyczności bądź regularność układu. Korelacje poziomów zależą od liczby brakujących stanów w widmie. W przypadku silnego nakładania się rezonansów lub w obecności wielu kanałów rozpraszania, alternatywną i uniwersalną miarą staje się elastyczny współczynnik wzmocnienia [26-29].

Dynamika poziomów w widmach  $\beta$ -układów Gaussowskich nie została do tej pory należycie zbadana z powodu wielu ograniczeń. Symulacja układów kwantowych jest głównie dużym wyzwaniem pomiarowym oraz wymaga zaawansowanych analiz spektroskopowych. Ponadto, ilość eksperymentalnych zespołów badawczych w świecie jest nieliczna w tym obszarze, co sprawia, iż doświadczalna weryfikacja własności spektralnych układów kwantowych z modelem RMT jest niezwykle istotna i pożądana.

Tematem moich badań były fluktuacje spektralne symulowanych eksperymentalnie układów kwantowych, należących do fundamentalnych klas symetrii w modelu RMT, oraz układy całkowalne z regularną dynamiką. Uzyskane wyniki uzupełniają dotychczasową wiedzę pokazując, iż funkcje korelacji widmowych odgrywają ważną rolę w badaniu własności układów kwantowych i klasycznych, nawet w szczególnie trudnych przypadkach gdy informacja o nich jest niepełna. Zróżnicowany stopień korelacji poziomów energetycznych determinuje ich chaotyczność i przynależność do klasy symetrii. Mój wkład w rozwój omawianej dyscypliny przedstawia cykl publikacji [H1-H7].

Drugie moje osiągnięcie naukowe **[D1-D3]** wiąże się z realizacją badań na Wydziale Fizyki Politechniki Warszawskiej. Obejmowały one budowę nowoczesnego Laboratorium Technik Femtosekundowych z zaawansowanym i oryginalnym układem elektro-optycznym (EOS) do czasowo-rozdzielczych eksperymentów w domenie THz, a następnie badanie ultraszybkich fotodetektorów *LT* GaAs najnowszej generacji. Zrealizowana tematyka badawcza posiadała ważne znaczenie ze względu na szerokie zastosowanie detektorów: militarne, w astrofizyce, medycynie, telekomunikacji.

#### 2.3 Opis osiągnięcia naukowego [H1- H7]



Podstawowa informacja o dynamice układów kwantowych opisywanych głównie nierelatywistycznym równaniem Schrödingera, pochodzi z eksperymentów rozpraszania promieniowania mikrofalowego [30-32]. W badaniu chaosu klasycznego w ujęciu kwantowym wykorzystuje się następujące układy fizyczne [33-35]:

#### 1) Sieci mikrofalowe, które symulują grafy kwantowe - układy o jednym stopniu swobody

Symulacja taka jest możliwa dzięki matematycznej równoważności pomiędzy równaniem telegrafistów  $\nabla^2 U_{ij}(x) + \frac{\omega^2 \varepsilon}{c^2} U_{ij}(x) = 0$  dla propagacji sygnału w sieci mikrofalowej a jedno-wymiarowym równaniem Schrödingera  $-\nabla^2 \Psi_{ij}(x) = k^2 \Psi_{ij}(x)$ , które opisuje ruch cząstki w grafie kwantowym [36-37]. Równoważność ta jest spełniona poniżej częstotliwości odcięcia  $v_{max} = c/[\pi \sqrt{\varepsilon}(R_1 + R_2)]$ , (gdzie c jest prędkością światła w próżni,  $R_1$  oraz  $R_2$  są promieniami przekroju poprzecznego kabla koncentrycznego,  $\varepsilon$  jest stałą dielektryczną). Graf kwantowy jest grafem metrycznym  $\Gamma=(\mathcal{V}, \mathcal{E})$  utworzonym przez wierzchołki  $\mathcal{V} \in \mathcal{V}$  połączone ramionami  $e \in \mathcal{E}$ . Fizyczne własności sieci mikrofalowych zależą od topologii, długości ramion oraz warunków brzegowych na wierzchołkach. Najbardziej powszechne są warunki brzegowe Dirichleta oraz Neumanna.

2) Rezonator mikrofalowy symulujący bilard kwantowy - układ o dwóch stopniach swobody Stacjonarne równanie Helmholtza  $\nabla^2 \vec{E} = -k^2 \vec{E}$  z warunkami brzegowymi Dirichleta na ścianach rezonatora opisuje pole elektromagnetyczne, gdzie  $k = \frac{2\pi v}{c}$  (v oznacza częstotliwość). Natomiast dwu-wymiarowe równanie Schrödingera  $\nabla^2 \Psi = -k^2 \Psi$  dla funkcji falowej  $\Psi_{ij}(x)$ , gdzie  $k = \sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}}$  (*m* oraz *E* oznaczają masę i energię cząstki) opisuje bilard kwantowy o odpowiednim kształcie [38-39]. Oba równania dla rezonatora o wysokości h są matematycznie równoważne jedynie poniżej częstotliwości odcięcia  $v_{max}$ =c/(2h), dla której zachodzi propagacja poprzecznych modów magnetycznych  $TM_{00}$ . Stopień chaotyczności klasycznych układów dynamicznych zależy jedynie od kształtu bilardu.

W precyzyjnych pomiarach dwuportowej macierzy rozpraszania  $\hat{S}(v)$  otrzymywane są odbicia  $S_{11}$ ,  $S_{22}$  oraz transmisje  $S_{12}$ ,  $S_{21}$ . Pomiar elementów macierzy jest wykonywany z użyciem wektorowego analizatora mikrofalowego Agilent E8364B (VNA) z dwoma kablami mikrofalowymi, pełniącymi rolę lidów. Liczbę rezonansów w widmie określa formuła Weyla [40]. Do badania korelacji poziomów determinujących stopień chaotyczności układu w domenie kwantowej, zastosowałam różne miary statystyczne w zależności od własności badanego układu.

#### Układ kwantowy z zachowaną i złamaną symetrią czasową $\mathcal{T}$ [H1-H2]

Niedoskonałe widma eksperymentalne, typowe dla rzeczywistych układów fizycznych, wpływają na korelacje poziomów energetycznych powodując, iż informacja o układzie kwantowym staje się niekompletna. Problem ten zbadano doświadczalnie i numerycznie jedynie w układach z zachowaną symetrią ze względu na odwrócenie czasu  $\mathcal{T}$  [41-45]. Natomiast eksperymentalne badanie fluktuacji w niekompletnym widmie dla układu ze złamaną symetrią czasową (TIV) po raz pierwszy zostało zaprezentowane w naszej publikacji **[H1]**. Własności spektralne układu z indeksem Dysona  $\beta=2$  są dobrze opisane przez zestaw macierzy losowych, należących do unitarnego zespołu Gaussowskiego (GUE). Zbadałam wpływ łamania symetrii na statystykę poziomów. W celu precyzyjnego opisu układu została wprowadzona miara średniej widmowej gęstości mocy  $S(\tilde{k})$ .

W symulacji grafu kwantowego z TIV zastosowano sieć mikrofalową o stałej długości optycznej  $\mathcal{L}$ =7.2 m, złożonej z sześciu wierzchołków połączonych kablem koncentrycznym SMA-RG402 (Rys.1(a)). Łamanie symetrii czasowej zrealizowano używając pięciu cyrkulatorów mikrofalowych, które pracują w oknie 7-14 GHz (częstotliwość odcięcia v=33.26 GHz). Pomiary elementu macierzy S<sub>11</sub>(v) były wykonane dla 30 konfiguracji grafu ze zmianą długości przesuwników fazy z krokiem ±1.12mm. W analizach funkcji korelacji uwzględniłam 7500 zidentyfikowanych wartości własnych v<sub>i</sub>, o porównywalnej gęstość stanów w oknie 1 GHz.



**Rys. 1** Sześciowierzchołkowa sieć mikrofalowa z pięcioma cyrkulatorami Anritsu PE8403 oraz czterema przesuwnikami fazy reprezentuje układ GUE. Sieć posiada przyłącze do analizatora mikrofalowego VNA (Agilent E8364B) w celu pomiaru macierzy rozpraszania. Propagacja fali w cyrkulatorze zachodzi przez porty  $1 \rightarrow 2$ ,  $2 \rightarrow 3$  oraz  $3 \rightarrow 1$ . Foto w **[H1]**. **(b)** Przykład fluktuującej części widma  $N^{fluc}(v) = N(v) - N^{Weyl}(v)$ .

Badanie własności spektralnych układu o uporządkowanych częstotliwościach rezonansowych  $v_i \le v_{i+1}$  jest poprzedzone skalowaniem, z zastosowaniem formuły Weyla

 $\epsilon_i = N^{Weyl}(v_i)$ . Kumulatywna gęstość stanów wyraża się sumą  $N(v_i) = N^{Weyl}(v_i) + N^{fluc}(v_i)$ , przy czym jedynie część fluktuująca odpowiada za chaotyczne lub całkowalne własności. Procedura skalowania usuwa specyficzne własności układu, prowadząc do bezwymiarowych wartości własnych  $\epsilon_i$  ze średnią odległością  $\langle s \rangle = 1$  między przylegającymi poziomami, dla s<sub>i</sub>= $\epsilon_i$ +<sub>1</sub> -  $\epsilon_i$ . [30]. Aby określić brakujące i fałszywe rezonanse kontrolowałam skok większy niż 1 we fluktuującej części  $N^{fluc}(v_i)$  widma (Fig.1(b)).

Do badania układu zastosowałam standardową miarę regularności układu, czyli rozkład odległości najbliższych sąsiadów P(s) (NNSD) [46]. Rozkład opisany zależnością P(s)~s<sup> $\beta$ </sup> (dla *s*  $\ll$  1) mierzy fluktuacje spektralne krótkiego zasięgu, określa siłę odpychania poziomów. Gdy ilość zidentyfikowanych wartości własnych wyrażona jest parametrem  $\varphi$ , przy założeniu, że 1– $\varphi$  stanów jest gubiona losowo oraz 0< $\varphi$ < 1, wówczas NNSD jest aproksymowany formułą

$$p(s) \cong P\left(\frac{s}{\phi}\right) + (1 - \phi)P\left(1, \frac{s}{\phi}\right) + \cdots$$
 (1)

Rys.2(a-b) przedstawia zgodność wyników eksperymentalnych (histogram i punkty) z krzywymi analitycznymi (czerwona przerywana linia) dla P(s) oraz rozkładu całkowalnego I(s) gdy  $\varphi = 0.965 \pm 0.005$ . Czarna ciągła linia odpowiada przewidywaniom RMT dla GUE. Zbadałam również funkcje korelacji długiego zasięgu: wariancję  $\Sigma^2$ (L) wartości własnych w sekwencji o długości L oraz sztywność spektralną  $\Delta_3$ (L) czyli średnie odchylenie kwadratowe kumulatywnej gęstości stanów od fitu. Krzywe analityczne długo-zasięgowych oddziaływań uwzględniają także ilość zidentyfikowanych rezonansów  $\varphi$ 

$$\sigma^{2}(L) = (1 - \varphi)L + \varphi^{2}\Sigma^{2}\left(\frac{L}{\varphi}\right)$$
(2)

$$\delta_3(\mathbf{L}) = (1 - \varphi) \frac{L}{15} + \varphi^2 \Delta_3 \left(\frac{\mathbf{L}}{\varphi}\right)$$
(3)



**Rys. 2** Wyniki eksperymentalne dla 30 realizacji sieci mikrofalowej, każda zawiera 250 zidentyfikowanych częstotliwości rezonansowych. (a) NNSD, (b) rozkład całkowalny I(s), (c) wariancja  $\Sigma^2$  oraz (d) sztywność spektralna  $\Delta_3$ . Wyniki porównane z RMT (czarna ciągła linia) oraz z krzywymi teoretycznymi, które uwzględniają frakcję zgubionych stanów  $\varphi$ = 0.965 (czerwona przerywana linia). Wyniki w [H1].

Rozkład NNSD dotyczy jedynie oddziaływań między dwoma sąsiednimi poziomami. Natomiast fluktuacje długo-zasięgowe uwzględniają oddziaływania także między dalszymi poziomami, w związku z czym w rozkładach statystycznych silnie uwidaczniają są odchylenia od modelu RMT (Rys.2(c-d)). Omawiane zachowanie układu zweryfikowałam stosując nową miarę stopnia chaotyczności, tj. średnią widmową gęstość mocy  $S(\tilde{k})$  [23-25]. Jest to korelacja długiego zasięgu wyrażona dyskretną transformatą Fouriera

$$S(\tilde{k}) = \left|\tilde{\delta}_{q}\right|^{2} = \left|\frac{1}{\sqrt{N}}\sum_{q=0}^{N-1} \delta_{q} \exp\left(-2\pi i\tilde{k} q\right)\right|^{2}$$
(4)

dla przeskalowanych N poziomów o energii  $\epsilon_i$ , gdzie  $\delta_q = \epsilon_{q+1} - \epsilon_1 - q$  oznacza odchylenie najbliższego sąsiedniego q-poziomu od wartości średniej q. Wykazuje ona zależność  $\langle S(\tilde{k}) \rangle \propto \tilde{k}^{-\alpha}$ , gdzie  $\alpha = 2$  odpowiada układowi regularnemu, oraz  $\alpha = 1$  chaotycznemu [45]. Analityczna formuła średniej widmowej gęstości mocy dla niekompletnego spektrum jest określona wzorem

$$\langle s(\tilde{k}) \rangle = \frac{\varphi}{4\pi^2} \left[ \frac{K(\varphi \tilde{k}) - 1}{\tilde{k}^2} + \frac{K[\varphi(1 - \tilde{k})] - 1}{(1 - \tilde{k})^2} \right] + \frac{1}{4\sin^2(\pi \tilde{k})} - \frac{\varphi^2}{12}$$
(5)

gdzie  $0 \le \tilde{k} \le 1$ . Rozkład eksperymentalny dla  $\varphi = 0.965 \pm 0.005$  ulega odchyleniu od GUE, gdy  $\log_{10}(\tilde{k}) \le -0.5$  (czerwona przerywana linia Rys.3(a)). Eksperymentalną wartość  $\varphi$  oszacowałam na podstawie fitu do formuł analitycznych (1-5). Wszystkie miary zastosowane łącznie pozwalają określić jednoznacznie klasę symetrii układu oraz stopień chaotyczności. Pokazałam, iż funkcje korelacji długo-zasięgowych są czułe nawet przy 3.5% zgubionych stanów i jednocześnie z dużą dokładnością wyznaczają ich ilość 1- $\varphi = 0.035$ .

Czułość  $S(\tilde{k})$  zbadałam generując dodatkowo zestaw statystyk przejściowych, sparametryzowanych przez  $\varphi$  w przedziale 0.7  $\leq \varphi \leq$  0.965. Wyniki pokazują dobrą zgodność z krzywymi analitycznymi (Rys. 3(b)). Rozkłady średniej widmowej gęstości mocy potwierdzają, że dla niekompletnych widm, gdy liczba brakujących losowo stanów rośnie, układ wykazuje przejście od statystyki Wigner-Dysona (układy ergodyczne) do Poissona [22-23]. Wiadomo, iż dla rozkładu całkowalnego charakterystyczne są nieskorelowane poziomy energetyczne oraz brak oddziaływań między nimi. Poziomy fluktuują niezależnie, są rozłożone chaotycznie i mogą się przecinać. Ze wzrostem liczby traconych stanów, ich wzajemna interakcja słabnie (indeks Dysona  $\beta \rightarrow 0$ ). Istotne, że nawet mimo dużej niekompletności widm (ok. 30%) miara  $S(\tilde{k})$  wciąż dostarcza pełnych informacji o układzie.



**Rys. 3** (a) Eksperymentalna średnia widmowa gęstość mocy dla 30 realizacji (czarne punkty) porównana z przewidywaniami macierzy losowych dla GUE (czarna ciągła linia) oraz odpowiednio z rozkładem dla zgubionych stanów dla  $\varphi = 0.965 \pm 0.005$  (czerwona przerywana linia). (b) Zobrazowanie czułości widmowej gęstości mocy dla losowo usuniętych stanów (krzywe rozsunięte). Wyniki w [H1].

Zostało pokazane, że złamana symetria  $\mathcal{T}$  zmienia statystykę poziomów energetycznych układu kwantowego. Dodatkowo każda zmiana rozkładu wartości własnych prowadzi do przejścia między chaotyczną ( $\varphi$ =1) a regularną domeną ( $\varphi$ =0). Średnia widmowa gęstość mocy  $S(\tilde{k})$  w połączeniu z innymi miarami fluktuacji spektralnych jest ważnym narzędziem w identyfikacji symetrii układu, określając jednocześnie liczbę brakujących stanów 1- $\varphi$ . Problem niekompletności widm jest nieunikniony w widmach rzeczywistych układów fizycznych, które symulują układy kwantowe, z powodu strat omowych w mikrofalowych kablach koncentrycznych oraz zewnętrznych lidach, czyli połączeniu z analizatorem VNA. Wpływ losowo zgubionych stanów na korelacje w przedziale 7-14 GHz był analizowany także w publikacji [**P17**].

Doniesienia o osiągnięciu:

- https://prenumeruj.forumakademickie.pl/fa/2016/12/czy-mozna-odkryc-prawde-o-swiecie/
- https://informacje.pan.pl/14-nauki-scisle-i-nauki-o-ziemi/1158-do-czego-sie-przydalysieci-mikrofalowe-czyli-sukces-instytutu-fizyki-pan
- https://naukawpolsce.pl/aktualnosci/news%2C411396%2Ckwantowy-chaos-w-sieciachmikrofalowych-zbadali-fizycy-z-pan.html

Stosowalność funkcji korelacji została zbadana również dla układu z zachowaną symetrią czasową  $\mathcal{T}$  [H2]. Obserwowane odejście od przewidywań RMT dla fluktuacji widmowych długiego zasięgu jest w tym przypadku przypisywane nieuniwersalnym własnościom układu, spowodowanym wpływem orbit periodycznych [21-22, 47]. Powstają one w ramionach grafu

z powodu rozpraszania wstecznego na wierzchołkach. Zjawisko to zostało zbadane dla grafu kwantowego i sieci mikrofalowej o całkowitej długości optycznej  $\mathcal{L}$ =7.04 m (Rys.4(a)), złożonej z sześciu wierzchołków, każdy o walencyjności równej pięć oraz z niewymiernych długości ramion. Analiza została ograniczona do prymitywnych orbit periodycznych o podwojonej najkrótszej długości ramienia. Dla sieci różniących się długością czterech ramion, zmienianych za pomocą przesuwników fazy z krokiem 4.2 mm zmierzono 30 zestawów widm. Dla każdej realizacji zidentyfikowałam około 210 częstotliwości rezonansowych w przedziale 1-6 GHz, otrzymując 6300 przeskalowanych wartości własnych.

Analizy pokazały, że orbity periodyczne mają wpływ przede wszystkim na długozasięgowe fluktuacje spektralne. Zatem testowana była wariancja  $\Sigma^2(L)$  oraz widmowa gęstość mocy S( $\tilde{k}$ ). Wyniki eksperymentalne (czarne punkty) porównano z przewidywaniami teoretycznymi dla GOE (czarna ciągła linia) na Rys.4(b-c). Co ciekawe, niezgodność z RMT jest widoczna także w przypadku kompletnego widma numerycznego dla grafu zamkniętego (czerwone linie). W celu zbadania wpływu najkrótszej orbity periodycznej na własności spektralne, dla danych numerycznych i eksperymentalnych została obliczona długość spectrum  $|\tilde{\rho}(l)| = \left| \int_{0}^{k_{max}} dk e^{ikl} \rho^{fluc}(k) \right|$  wyrażona transformatą Fouriera z fluktuującej części gęstości spektralnej  $\rho^{fluc}(k)$  [48].



**Rys.** 4 (a) Sześciowierzchołkowa sieć mikrofalowa reprezentuje układ GOE. Sieć posiada przyłącze do analizatora mikrofalowego VNA (Agilent E8364B) w celu pomiaru macierzy rozpraszania. Eksperymentalne statystyki (czarne punkty) oraz numeryczne (czerwone linie) dla (b) wariancji  $\Sigma^2(L)$  (c) widmowej gęstości mocy  $S(\tilde{k})$ . Foto oraz wyniki z [H2].

Wyniki eksperymentalne i numeryczne wskazują, iż obecność krótkich orbit periodycznych w ramionach grafu powoduje odejście od przewidywań w modelu GOE, nawet gdy widmo jest kompletne. Prowadzi to do konkluzji, iż podobne odejście w widmie eksperymentalnym (czarne punkty) jedynie w znikomym stopniu spowodowane jest brakującymi stanami. Fitując formuły analityczne (2) oraz (5) do rozkładu eksperymentalnego wyznaczyłam wartość parametru  $\varphi$ =0.965. Wpływ orbit periodycznych nie występuje w sieci mikrofalowej ze złamaną symetrią czasową (GUE), ponieważ cyrkulatory blokują rozpraszanie odbitej mikrofali w systemie. Tak więc graf należący do ortogonalnego zespołu gaussowskiego nawet o długościach niewymiernych nie jest odpowiednim układem do badania długo-zasięgowych fluktuacji ze względu na obecność krótkich orbit periodycznych. Lepszym wyborem są grafy o symetrii GUE, GSE bądź dwu-wymiarowe rezonatory mikrofalowe.

#### Interpolacja GOE → GUE w modelu RMT dla N-kanałów rozpraszania [H3 - H4]

Dużą uwagę poświęciłam także badaniom układu kwantowego z klasycznie chaotyczną dynamiką oraz częściowo złamaną symetrią ze względu na odwrócenie czasu  $\mathcal{T}$ [H3-H4]. W ramach rozszerzenia mojego projektu "Miniatura 1" (2017/01/X/ST2/00734) zbadałam jak stopień łamania symetrii jest kontrolowany przez siłę zastosowanego pola magnetycznego. Jest ona charakteryzowana parametrem  $\xi$ , którego wartości są wyznaczane na podstawie współczynników korelacji krzyżowej  $C_{12}^{cross}$ . Omawiany układ jest modelowany zestawem  $\mathcal{N}x\mathcal{N}$  wymiarowych macierzy losowych, wyrażonych sumą rzeczywistych elementów symetrycznych oraz antysymetrycznych  $H_{ij} = H_{ij}^{(s)} + i \frac{\pi\xi}{\sqrt{N}} H_{ij}^{(A)}$ . Układ interpoluje między GOE ( $\xi$ = 0) a GUE ( $\xi$ = 1) w zależności od siły TIV [19].

W eksperymencie zastosowałam zaprojektowany i wykonany płaski rezonator mikrofalowy o geometrii ćwierć "bow-tie", powierzchni A = 1828.5 cm<sup>2</sup> i wysokości h=12 mm (Rys.5). Wewnętrzna powierzchnia wnęki aluminiowej pokryta 20 µm warstwą srebra pozwoliła zredukować absorpcję wewnętrzną. W górnym elemencie rozmieszczono losowo  $2 \le M \le 9$  równoważnych kanałów rozpraszania w postaci anten mikrofalowych o długości 5.8 mm z obciążeniami 50  $\Omega$ . Poniżej częstotliwości odcięcia v ≈12.49 GHz układ wykazuje dynamikę chaotyczną.

W celu łamania symetrii czasowej  $\mathcal{T}$  w układzie zostało wytworzone jednorodne pole magnetyczne o indukcji B $\approx$  495 mT za pomocą dwóch cylindrycznych NiZn ferrytów (producent SAMWHA, Korea), o indukcji nasycenia 2600 Oe, namagnetyzowanych przez dwie pary magnesów NdFeB. Magnetyzacja wyidukowana w ferrytach wykonuje precesję wokół wektora indukcji  $\vec{B}$  z częstością Larmora, generując rezonans ferromagnetyczny dla częstotliwości VFR  $\approx$  15.9 GHz, którą oszacowałam na podstawie fitu (Rys.6 prawy). Pomiary dwuportowej macierzy rozpraszania wykonałam w zakresie  $v \in [6,12]$  GHz dla 100 zestawów rezonatora mikrofalowego o różnym kształcie, w funkcji położenia perturbera M<sub>p.</sub>.



**Rys. 5** (lewy) Dwuwymiarowy rezonator mikrofalowy o geometrii ćwierć "bow-tie" z = M = 1....9kanałami połączony z analizatorem VNA. Wnęka zawiera dwa ferryty. dwie pary magnesów  $M_1$  i  $M_2$ oraz perturber  $M_p$ . Widma transmisyjne  $S_{12}$  i  $S_{21}$  dla trzech zakresów częstotliwości różnią się ( $S_{12} \neq S_{21}$ ) z powodu łamania symetrii TIV z siłą określoną parametrem  $\xi \in [0.19-0.49]$ . Rys. w [H3]. **Rys. 6** (prawy) Rezonanse ferromagnetyczne dla różnych wartości indukcji magnetycznej B. Insert: Fit liniowy na podstawie którego została wyznaczona  $V_{FR.}$  Wynik nie publikowany.

Całkowitą absorpcję fali elektromagnetycznej w ścianach rezonatora charakteryzuje bezwymiarowy parametr  $\gamma^{tot} = \frac{2\pi\Gamma(\nu)}{\Delta(\nu)} = \gamma + \eta$ , gdzie  $\Gamma(\nu)$  jest szerokością rezonansu oraz  $\Delta(\nu)$  odległością między nimi [14]. Powyższa formuła uwzględnia absorpcję wewnętrzną  $\gamma$ oraz otwartość układu  $\eta = MT$ , gdzie  $T_i=1-|<S_{ii}>|^2$  jest współczynnikiem transmisji M kanałów (dla i=1,2), wyrażony odbiciem S<sub>ii</sub>. Wyznaczona absorpcja wewnętrzna  $6 < \gamma < 12$ rośnie z częstotliwością i była kontrolowana poprzez stopniowe otwieranie kanałów. Jednocześnie monitorowałam siłę sprzężenia układu z otoczeniem, tj. między kanałami rozpraszania oraz wewnętrznym obszarem układu. Jest ona definiowana współczynnikiem transmisji T<sub>i</sub> (Rys.7(a)). Słabe sprzężenie T<sub>i</sub>=0 wynika z bezpośredniego odbicia sygnału na zewnątrz bez penetracji układu, natomiast T<sub>i</sub>=1 oznacza idealne sprzężenie [25]. Ponieważ własności ferrytu wykazują silną zależność od częstotliwości, zatem siła łamania symetrii czasowej T dla  $\xi \in [0.19-0.49]$  zmienia się w funkcji częstotliwości. Największą wartość  $\xi \approx 0.49$  uzyskałam dla M=2 kanałów w przedziale  $\nu \in [8,9]$  GHz (Rys.7(b)). Aczkolwiek powyżej tego zakresu, TIV jest wciąż silne,  $\xi \approx 0.35$ . Dotychczas eksperymentalne częściowe łamanie symetrii otrzymano dla  $\xi \sim 0.2$  [49].



**Rys.7(a)** Absorpcja  $\gamma^{tot}$ dla kanałów: M=2 (czerwony), M=4 (zielony), M=9 (niebieski), **insert**: współczynniki transmisji T. (**b**) Odpowiednio parametr  $\xi$  jako siła łamania

symetrii. Wyniki w [**H3].** 

W omawianym układzie zbadałam własności macierzy rozpraszania, które mogą być wyrażone elastycznym współczynnikiem wzmocnienia  $F_M^{(\beta)}(\eta, \gamma, \xi)$ . Współczynnik mierzy wzmocnienie elastycznego oraz nieelastycznego rozpraszania z wieloma kanałami np. rozpraszanie neutronów przez protony lub jądra. EEF pełni zatem istotną rolę przede wszystkim w fizyce jądrowej [49]. Zależy od klasy symetrii układu oznaczonej indeksem  $\beta$ , otwartości układu kwantowego (falowego)  $\eta$ , absorpcji  $\gamma$  oraz siły łamania symetrii  $\xi$ . Współczynnik jest definiowany stosunkiem wariancji elementów macierzy rozpraszania [19]

$$F_{M}^{(\beta)}(\eta,\gamma,\xi) = \sqrt{\langle \left| S_{aa}^{fl} \right|^{2} \rangle \langle \left| S_{bb}^{fl} \right|^{2} \rangle} / \langle \left| S_{ab}^{fl} \right|^{2} \rangle, \tag{6}$$

gdzie,  $S_{aa}^{fl}(\nu) = S_{aa}(\nu) - \langle S_{aa}(\nu) \rangle$  oraz  $|S_{ab}^{fl}|^2 = C_{ab}(0; \eta, \gamma, \xi)$  wyrażone funkcją autokorelacji macierzy Ŝ(v). Wartości asymptotyczne  $F_M^{(\beta)}(\eta, \gamma, \xi) = 2$  oraz  $F_M^{(\beta)}(\eta, \gamma, \xi) = 1$ odpowiadają kolejno małej absorpcji  $\gamma$  (rezonanse są dobrze rozseparowane) oraz dużej absorpcji (gdy zachodzi silne wzajemne przykrywanie rezonansów). Wyniki eksperymentalne (pełne punkty) dla kanałów M=2, 4, 9 (Rys.8 (a)) prowadzą do wniosku, iż elastyczny współczynnik wzmocnienia maleje ze wzrostem siły łamania symetrii  $\mathcal{T}$ . Jednocześnie wzrasta z otwartością systemu (gdy M = 2  $\rightarrow$  9). Wartości EEF dla  $\nu > 6$  GHz leżą poniżej 2, wykazując minimum w przedziale  $\nu \in [8,9]$  GHz.

Obserwowane zachowanie badanego układu pozwoliło wysnuć konkluzję, że efekt łamania symetrii czasowej dominuje nad otwartością układu. Warto zauważyć, iż rozkład kanałów w układzie ze złamaną symetrią jest osobliwy ze względu na ich odwróconą sekwencję, w przeciwieństwie do przypadku gdy symetria czasowa  $\mathcal{T}$  jest zachowana (puste punkty dla  $\xi=0$ ). Wyniki dla  $\vec{B}=0$  przedstawiliśmy w [**P15**]. Eksperymentalne zachowanie EEF zostało potwierdzone również teoretyczną analizą, z uwzględnieniem teorii macierzy stochastycznych (Rys.8(b)). Obliczenia numeryczne są zgodne z wynikami doświadczalnymi i także potwierdzają odwróconą sekwencję kanałów. Pokazałam, że siła łamania symetrii  $\xi$  może skutecznie modyfikować otwartość  $\eta$  systemu. Ze względu na dużą czułość układu na otwartość, należało zastosować właściwą metodologię pomiarową.



**Rys.** 8(a) Eksperymentalny elastyczny współczynnik wzmocnienia z odchyleniem standardowym (błędami) uśredniony w oknie 1 GHz dla 100 realizacji wnęki odpowiednio dla M = 2(czerwony), 4 (zielony), 9 (niebieski) kanałów rozpraszania. Pełne symbole odpowiadają EEF w obecności pola magnetycznego  $\vec{B}$  wewnątrz wnęki. Puste punkty obrazują współczynnik wzmocnienia dla zachowanej symetrii czasowej T ( $\xi = 0$ ). (b) Odpowiednio EEF dla RMT. Wyniki przedstawione w [H3], wyniki dla  $\vec{B} = 0$  w [P15].

Interesujące własności układu z interpolacją GOE  $\rightarrow$  GUE, zbadałam bardziej wnikliwie, uwzględniając także widmowe funkcje korelacji macierzy rozpraszania [H4]. Analiza funkcji interakcji dla takiego systemu jest wymagającym zadaniem, gdyż oprócz dynamiki pośredniej między ortogonalnym a unitarnym zespołem gaussowskim, dodatkowo należy uwzględnić niekompletne sekwencje poziomów. Wówczas krótko- oraz długo-zasięgowe interakcje poziomów zależą także od parametru  $\xi$ . Rozkład NNSD dla  $\lambda=2\xi$  jest aproksymowany formułą [51]

$$P(s,\lambda) = s_{\sqrt{\frac{2+\lambda^2}{2}}} c(\lambda)^2 \operatorname{erf}\left(s\frac{c(\lambda)}{\lambda}\right) e^{-\frac{s^2 c(\lambda)^2}{2}}$$
(7)

gdzie, erf(x) oznacza funkcję błędu oraz  $c(\lambda) = \sqrt{\pi \frac{2+\lambda^2}{4}} \left[ 1 - \frac{2}{\pi} \left( tan^{-1} \left( \frac{\lambda}{\sqrt{2}} \right) - \frac{\sqrt{2}\lambda}{2+\lambda^2} \right) \right]$ . Natomiast formuły interpolacyjne dla długo-zasięgowych korelacji wyrażone są poprzez dwupunktową funkcję korelacji [52-53]

$$Y_2(L,\xi) = det \begin{pmatrix} s(L) & -D(L,\xi) \\ -J(L,\xi) & s(L) \end{pmatrix}$$
(8)

gdzie  $s(L,\xi) = \frac{\sin \pi L}{\pi L}$ ,  $D(L,\xi) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} dx e^{2\xi^2 x^2} x \sin(Lx)$  oraz  $J(L,\xi) = \frac{1}{\pi} \int_{\pi}^{\infty} dx e^{-2\xi^2 x^2} \frac{\sin(Lx)}{x}$ .

Jak wiadomo, kumulatywną liczbę stanów dla rezonatora określa zależność  $N(v) \sim \frac{A\pi}{c^2} v^2$ , gdzie A jest jego powierzchnią. Gęstość stanów rośnie więc z częstotliwością, prowadząc do ich silnego przykrywania, co uniemożliwia identyfikację wszystkich rezonansów (i jest pracochłonnym zadaniem).

Rys. 9 przedstawia stosowalność formuł analitycznych (7-8) dla krótko- i długozasięgowych miar statystycznych. Wszystkie wyniki dla N=2 kanałów, uśrednione dla 25 realizacji są przedstawione w trzech zakresach częstotliwości, dla różnych wartości parametru  $\varphi$  oraz  $\xi$ . W rozkładzie NNSD widać nieznaczne odejście rozkładów eksperymentalnych od krzywych teoretycznych. Jednak dla oddziaływań długo-zasięgowych uzyskałam bardzo dobrą zgodność. Odchylenia od krzywych teoretycznych w modelu RMT (czerwone przerywane linie) są spowodowane niekompletnością widm oraz siłą TIV. Parametry  $\varphi$  oraz  $\xi$ oszacowałam stosując sztywność spektralną  $\Delta_3(L)$ , wariancję  $\Sigma^2(L)$  oraz średnią widmową gęstość mocy  $\langle S(\tilde{\tau}) \rangle$ , która dla  $\tilde{\tau} \gg 1$  jest bardzo czuła na zgubione stany. Dzięki temu jest idealnym narzędziem do wyznaczenia ich liczby. Uzyskane wyniki są spójne z zachowaniem elastycznego współczynnika wzmocnienia  $F_M^{(\beta)}(\eta, \gamma, \xi)$  w **[H3]**.



**Rys. 9** Wyniki dla trzech zakresów częstotliwości, różnych wartości  $\varphi$  oraz  $\xi$  (w rzędach), odpowiednio: rozkład P(s), sztywność spektralna  $\Delta_3(L)$ , wariancja  $\Sigma^2(L)$  oraz średnia widmowa gęstość mocy  $\langle S(\tilde{\tau}) \rangle$ . Rozkłady eksperymentalne (niebieski histogram oraz punkty) porównane z krzywymi teoretycznymi dla interpolacji między GOE oraz GUE w modelu RMT (czerwona przerywana linia), uwzględniając  $\varphi$  (czerwona ciągła linia). Czarna przerywana oraz czarna ciągła linia obrazują odpowiednio GOE oraz GUE dla danego  $\varphi$ . Wyniki w **[H4].** 

| v [GHz]    | ξ    | φ               | Ν   | N <sub>total</sub> |
|------------|------|-----------------|-----|--------------------|
| 6.5 - 8    | 0.19 | $0.83 \pm 0.03$ | 110 | 2750               |
| 8 - 9      | 0.49 | $0.81 \pm 0.03$ | 90  | 2250               |
| 9.2 - 11.5 | 0.35 | $0.85 \pm 0.03$ | 258 | 6450               |

Tab. Zestawienie parametrów dla trzech zakresów częstotliwości

Pokazałam, że analizy statystyczne własności spektralnych dostarczają precyzyjnych informacji o badanym układzie pod warunkiem że zostanie zastosowana kombinacja różnych funkcji. Dopiero wówczas można jednoznacznie określić stopień łamania symetrii charakteryzowany parametrem  $\xi$ , oraz frakcję 1- $\varphi$  niezidentyfikowanych w widmie rezonansów. W układzie z interpolacją GOE  $\rightarrow$  GUE wzrasta stopień korelacji poziomów (rośnie odpychanie). Jednakże z drugiej strony, gdy  $\varphi \rightarrow 0$  (wzrasta niekompletność widma) stopień korelacji poziomów maleje, a układ interpoluje w kierunku przeciwnym, tj. od rozkładu Wigner-Dysona ( $\varphi$ =1) do Poissona ( $\varphi$ =0). Tak złożone zachowanie układu kwantowego (falowego) wymaga więc dużej ostrożności w stosowaniu miar statystycznych i ich interpretacji. Pokazałam jak należy poprawnie stosować miary statystyczne, aby pozyskać jednoznaczną informację o systemie, ponieważ ich interpretacja bywa dwuznaczna [54].

#### Układ pseudo-całkowalny ze statystyką semi-Poissona [H5]

Eksperymentalna realizacja układu całkowalnego z nieskorelowanym widmem ( $\beta =0$ ) jest trudna w bilardzie mikrofalowym, ponieważ anteny sprzężone z analizatorem VNA zmieniają własności spektralne układu rozpraszania. Niemniej jednak w publikacji [**P18**] pokazaliśmy, że dla słabego zaburzenia wnęki regularnej, w przedziale  $v \in [3.8 - 8]$  GHz statystyki są bliskie rozkładowi Poissona. Dla wyższych częstotliwości obserwowane jest odchylenie w kierunku rozkładu semi-Poissona, któremu towarzyszy oddziaływanie jedynie między przyległymi poziomami. Specyficzne własności układu przejściowego między Poissonem a Wigner-Dysonem, czyli pseudo-całkowalnego (nazywanego krytycznym) zbadaliśmy w [**H5**].

Układ był symulowany za pomocą prostokątnego rezonatora mikrofalowego, wykonanego z mosiądzu i zaburzanego przez dwa punktowe rozpraszacze (anteny). Regulowana długość wnęki  $L_1$ =36.5-41.5 cm była zmieniana dla każdej pary anten w 25 krokach, podczas gdy długość  $L_2$ =20.2 cm była stała. Wysokość wnęki *d*=8 mm odpowiada częstotliwości odcięcia  $V_{max}$ = $c/2d\approx$ 18.7 GHz (Rys.10(a)). Dwie anteny mikrofalowe o długości 3 mm i średnicy 0.9 mm wprowadzono do środka i sprzężono z wektorowym analizatorem mikrofalowym Agilent E8364B poprzez dwa kable mikrofalowe. W pomiarach dwu-portowej macierzy  $\hat{S}(v)$  pełnią one rolę *M*=2 kanałów rozpraszania. Do analizy własności spektralnych w interwale częstotliwości 8-13.5 GHz zidentyfikowałam 9224 częstotliwości rezonansowych dla 30 realizacji wnęki.

W badaniu układu pseudo-całkowalnego zastosowałam krótko-zasięgowy model plazmowy. Eksperymentalny rozkład NNSD (histogram) został porównany z krzywymi teoretycznymi dla Poissona (zielona kropkowana linia), semi-Poissona (czerwona ciągła linia) oraz GOE (niebieska linia kropka-kreska) (Rys.10(b)). Insert ilustruje całkowalny P(s). Na podstawie fitu (czarne punkty) określonego formułą [15]

$$P(s,\eta) = \frac{\eta^{\eta_s \eta - 1} e^{-\eta s}}{\Gamma(\eta)}$$
(9)

do eksperymentalnego rozkładu P(s), wyznaczyłam parametr  $\eta=1.972 \pm 0.049$ , gdzie  $s \ge 0$ ,  $\eta \in [1, +\infty]$ , oraz  $\Gamma(z) = \int_0^\infty dt \ t^{z-1}e^{-t}$  jest funkcją Gamma. Parametr  $\eta$  charakteryzuje odejście od regularności. Dla rozkładu Poissona  $\eta=1$ , semi-Poissona  $\eta=2$ . Eksperymentalny rozkład najbliższych sąsiadów porównany z teoretycznym rozkładem drugiego stopnia  $P^{sP}(2,s) = \frac{8}{3}s^3e^{-2s}$  (fioletowa ciągła linia) [55] przedstawia Rys.10(c), potwierdzając statystykę semi-Poissona.



**Rys. 10** (a) Schemat regularnego dwu-wymiarowego rezonatora mikrofalowego, który symuluje bilard kwantowy z rozkładem semi-Poissona, PORT1 i PORT2 są przyłączone do dwóch anten mikrofalowych, długość ściany  $L_1$  jest regulowana (b) Eksperymentalny rozkład NNSD (histogram) porównany z rozkładem semi-Poissona (czerwona ciągła linia). Rozkład teoretyczny Poissona oraz GOE - odpowiednio zielona kropkowana linia oraz niebieska linia kropka-kreska. Fit do formuły (9) zaznaczono czarnymi punktami. (insert) Całkowalny rozkład NNSD. (c) Eksperymentalny rozkład NNSD (histogram) porównany z rozkładem teoretycznym drugiego stopnia (linia fioletowa). Wyniki w [H5].

Ponieważ priorytetem w badaniu systemu pseudo-całkowalnego był elastyczny współczynnik wzmocnienia  $F^{sP}(\gamma^{tot})$ , została wyprowadzona formuła analityczna [56]

$$F^{sP}(\gamma^{tot}) = 3 - \frac{\gamma^{tot}}{\pi} \left[ \operatorname{ci}\left(\frac{2\gamma^{tot}}{\pi}\right) \operatorname{sin}\left(\frac{2\gamma^{tot}}{\pi}\right) - \operatorname{si}\left(\frac{2\gamma^{tot}}{\pi}\right) \operatorname{cos}\left(\frac{2\gamma^{tot}}{\pi}\right) \right]$$
(10)

gdzie si $(x) = -\int_0^\infty \frac{\sin(t)}{t} dt$  oraz  $ci(x) = -\int_0^\infty \frac{\cos(t)}{t} dt$ . Zarówno wyniki eksperymentalne, jak i teoretyczne EEF dla semi-Poissona nie były dotychczas prezentowane, zatem po raz pierwszy są przedstawione w **[H5].** Rys.11(a) ilustruje zależność eksperymentalnego współczynnika wzmocnienia z odchyleniem standardowym od  $\gamma^{tot}$  oraz v (czarne punkty ze słupkami błędów), w przedziale  $v \in [8 - 13.5]$  GHz. EEF został obliczony w ruchomym oknie 25 MHz i uśredniony dla 150 realizacji wnęki. Wyniki eksperymentalne są porównane z przewidywaniami teoretycznymi dla formuły (10) (czerwona ciągła linia). Dwie przerywane linie odpowiadają wartościom asymptotycznym dla rozkładu semi-Poissona, czyli elastyczny współczynnik wzmocnienia maleje od  $F^{sP}(\gamma^{tot}) = 3$  do  $F^{sP}(\gamma^{tot}) = 2.5$ , co odpowiada małej oraz dużej absorpcji  $\gamma^{tot}$ . Dla porównania Rys.11(b) pokazuje krzywą teoretyczną GOE w modelu RMT (niebieska linia).

Współczynnik wzmocnienia  $F^{sP}(\gamma^{tot})$  potwierdza pseudo-całkowalne zachowanie układu, natomiast model semi-Poissona pozwala badać statystykę poziomów stosując zarówno krótko- jak i długo-zasięgowe korelacje. W **[P21]** zbadaliśmy EEF w obszarze przejściowym między regularnością a chaotycznością.



*(a) Eksperymentalny* Rys. 11 elastyczny współczynnik wzmocnienia z odchyleniem standardowym (czarne słupkami błędów) punkty ze porównany z krzywą teoretyczną (czerwona ciągła linia). Dwie linie przerywane wskazują limit dla rozkładu semi-Poissona.

(b) Niebieska linia odpowiada wartościom teoretycznym dla rozkładu GOE, zielone okno wskazuje badany zakres 8–13.5 GHz. Wyniki w [H5].

#### Stosowalność widmowych funkcji korelacji w układzie 3D [H6]

Wpływ silnego przykrywania się rezonansów na stosowalność funkcji korelacji zbadałam w trójwymiarowym rezonatorze (badanym sporadycznie), gdy odległość między rezonansami jest dużo mniejsza niż ich szerokość  $\Delta <<\Gamma$  [H6]. Dla takich systemów wykonano nieliczne badania ze względu na złożoność eksperymentu. Liczba stanów w układzie 3D zgodnie z formułą Balian-Blocha, wykazuje zależność od częstotliwości N(v)~ $v^3$ [57]. Szybko rosnąca gęstość stanów powoduje, iż wiele wartości własnych jest niemożliwa do zidentyfikowania, co prowadzi do wzrostu liczby brakujących stanów 1- $\varphi$ . Wówczas krótko- i długo-zasięgowe funkcje korelacji nie mają zastosowania. Klasę symetrii oraz chaotyczność układu pozwala określić elastyczny współczynnik wzmocnienia  $F_2^{(1)}(\gamma)$ , jako że nie zależy od średniej odległości między poziomami.

Trójwymiarowy układ symulowałam eksperymentalnie za pomocą pół-cylindrycznego mikrofalowego rezonatora o objętości V=7.267x10<sup>-4</sup> m (Rys.12(a)). Kształt chropowatej ściany o średnim promieniu  $R_o = 10$  cm, przylegającej do wypukłej i skośnej podstawy opisuje funkcja radialna  $R(\theta) = R_o + \sum_{m=2}^{\mu} a_m \sin(m\theta + \Phi_m)$ , gdzie  $\mu$ =20,  $a_m \in$ [0.084,0.091],  $\Phi_m \in [0,2\pi]$  and  $0 \le \theta < \pi$ . Dwa porty z trzech rozmieszczonych losowo, z antenami o długości 6 mm były przyłączane do VNA, a trzeci był zamykany. W pomiarach dwu-portowej macierzy rozpraszania  $\hat{S}(v)$ , z rotującym rozpraszaczem z krokiem 10°, dla każdej kombinacji anten otrzymałam 107 konfiguracji rezonatora.



**Rys.12(a)** 3D rezonator mikrofalowy z oznaczonymi pozycjami anten i rozpraszaczem Eksperymentalne wyniki (czarne punkty) dla długo-zasięgowych funkcji korelacji (a) sztywność spektralna  $\Delta_3(L)$  oraz (b) widmowa gęstość mocy  $S(\tilde{k})$  porównane z symulacją numeryczną (zielone punkty). Krzywe dla GOE w modelu RMT oraz dla współczynnika  $\varphi$ =0.74 są oznaczone odpowiednio czarną ciągłą linią oraz linią kropka-kreska. Wyniki w [H6].

W układzie 3D zbadałam szczególny przypadek, gdy poziomy są gubione nie tylko losowo, lecz także systematycznie. Rys.12(b-c) ilustruje sztywność spektralną  $\Delta_3(L)$  oraz widmową gęstość mocy S( $\tilde{k}$ ), z widocznym odchyleniem od teoretycznych przewidywań dla GOE w RMT. Wyniki eksperymentalne dla 2700 wartości własnych (czarne punkty) są uśrednione dla 30 realizacji w przedziale  $v \in [13 - 14]$  GHz. Krzywe dla GOE w RMT oraz dla 74% zidentyfikowanych poziomów są oznaczone ciągłą czarną i punktowo-przerywaną czerwoną linią. Na podstawie symulacji numerycznych dla macierzy stochastycznych opisywanych rozkładem GOE (zielone punkty) oszacowałam 11% losowo zgubionych stanów. Dodatkowe 15% przypisałam systematycznie zgubionym sąsiednim wartościom własnym. W przypadku, gdy parametr  $\varphi = 0.74$ , czyli gdy występuje silne przykrywanie rezonansów z dużą liczbą systematycznie gubionych stanów, krótko- oraz długo-zasięgowe korelacje nie mają zastosowania w identyfikacji symetrii oraz chaotyczności układu. Aczkolwiek, jak pokazałam w **[H1]** korelacje długiego zasięgu mogą być stosowane nawet dla 30% brakujących stanów, o ile są gubione losowo.

Rys.13(a) ilustruje eksperymentalny elastyczny współczynnik wzmocnienia dla 107 geometrii wnęki, uśredniony w 1 GHz przesuwanym oknie. Wartość średnia  $F_2^{(1)}(\gamma) \cong 2.08 \pm$ 0.10 (czerwona linia z pasmem błędów) obliczona ze wzoru (6) jest porównana z wynikiem numerycznym (niebieskie punkty). Rezultaty są spójne i potwierdzają, iż otwarty 3D rezonator jest całkowicie chaotyczny i zachowuje symetrię czasową  $\mathcal{T}$ . Dzięki temu, że EEF nie wymaga kompletnych sekwencji widm, może być użyty do określenia chaotyczności i symetrii układu nawet dla wysokich częstotliwości  $v \in [11 - 25]$  GHz, w obecności silnego przykrywania się rezonansów. Taka informacja o układzie nie może być zweryfikowana na podstawie korelacji poziomów, gdy są one gubione także systematycznie. Dobre sprzężenie układu, charakteryzowane współczynnikami transmisji dwóch kanałów rozpraszania T<sub>1</sub> i T<sub>2</sub>, oraz silną całkowitą absorpcją 5 <  $\gamma$  < 15 uśrednione w oknie 1 GHz pokazuje Rys.13 (b-c).



**Rys.** 13 (a) Eksperymentalny elastyczny współczynnik wzmocnienia z odchyleniem standardowym, uśredniony dla 107 realizacji w 1 GHz przesuwanym oknie (czerwona ciągła linia z pasmem błędów) porównany z numerycznym (niebieskie punkty uśrednione w oknie 1 GHz). Asymptotyczną wartość EEF w RMT dla silnej absorpcji oznaczono czarną przerywaną linią. **insert:** (b) Współczynnik transmisji dla dwóch kanałów (c) Wartości całkowitej absorpcji układu. Wyniki w [**H6**].

#### Czułość widma na lokalne transformacje układu [H7]

Publikacja **[H7]** jest poświęcona badaniu wpływu lokalnych transformacji grafu typu "switch" na czułość widma. Przekształcenie to jest realizowane poprzez zamianę ramion jednej pary należących do wspólnego wierzchołka [19]. Mimo, iż długości ramion oraz warunki brzegowe nie ulegają zmianie, obserwowany jest wpływ takiej operacji na rozkład stanów. Widmo po modyfikacji  $\{\widetilde{E_n}\}_{n=1}^{\infty}$  przeplata się o stopień - r z widmem oryginalnym  $\{E_n\}_{n=1}^{\infty}$ , gdy  $E_{n-r} \leq \widetilde{E_n} \leq E_{n+r}$ , dla n > r. W konsekwencji, między dwoma sąsiednimi rezonansami widma oryginalnego pojawia się rezonans widma "switch".

Transformację tę zbadałam dla 4-wierzchołkowej sieci mikrofalowej o geometrii czworościanu, w pełni połączonej. Do realizacji systemu o ortogonalnej klasie symetrii ( $\beta$ =1) była zastosowana sieć o całkowitej długości optycznej  $\mathcal{L}$ =2.248 ± 0.008m połączona jednoportowo z analizatorem VNA (Rys.14(c) lewy). Pomiary widma odbicia w interwale 0.01-2.5 GHz zostały wykonane poprzez zmniejszanie długości przesuwnika fazowego PHA, natomiast PHB wydłużano o ten sam krok 10°. Rys.14 (a-c) przedstawia moduły z macierzy rozpraszania przed transformacją  $|S(\nu)|$  oraz "switch"  $|\tilde{S}(\nu)|$ , a także funkcję schodkową  $N(\nu)$  przed oraz po transformacji  $\tilde{N}(\nu)$ . Dla sieci o długości  $\mathcal{L}$ = 2.918 ± 0.010 m ze złamaną symetrią czasową  $\mathcal{T}$  ( $\beta$ =2) (Rys. 14 (c) prawy) pomiar został wykonany w zakresie 0.8-2.5 GHz, ze względu na charakterystykę cyrkulatora. Liczba rezonansów w obu przypadkach była zgodna z formułą Weyla N( $\nu$ ) = 2 $\mathcal{L}\nu$ /c [40].



**Rys. 14** (a-b) Lewy GOE: Moduły macierzy rozpraszania dla sieci mikrofalowej przed transformacją "switch" |S(v)| oraz po transformacji  $|\tilde{S}(v)|$ . (c) Funkcja schodkowa N(v) dla oryginalnego widma (czarna linia) oraz po transformacji  $\tilde{N}(v)$  (czerwona linia). Insert: Sieć mikrofalowa, która symuluje graf kwantowy z symetrią GOE. **Prawy:** Analogicznie dla GUE. Rys. w [H7].

Dla grafu GOE wyniki eksperymentalne rozkładu P( $\Delta$ N) dla widmowego przesunięcia  $\Delta N(\nu) = N(\nu) \cdot \tilde{N}(\nu)$  o wartości  $\pm 1$  lub 0 (biny czarne) zostały porównane z numeryką (biny czerwone) (Rys.15 (a)). Wskazują, iż ok. 12% stanów jest czuła na lokalne modyfikacje układu, powodując zmiany w korelacji poziomów. Analogiczne wyniki dla GUE (Rys.15(b). Przypadek  $\Delta N \ge 2$  (charakterystyczny dla operacji "swap") nie jest obserwowany, ponieważ widma po transformacji "switch" są przeplecione o stopień-1 (*r*=1) z widmem oryginalnym, zarówno dla GOE jak i GUE. Mimo iż topologia grafu nie zmienia się, widma przeplatają się, co świadczy o ich dużej czułości na modyfikacje układu. Wyniki doświadczalne i numeryczne potwierdziły przewidywania teoretyczne [19]. Opisana metoda może być wykorzystywana także do identyfikacji brakujących częstotliwości rezonansowych.



**Rys.15** (a) Rozkład  $P(\Delta N)$  widmowego przesunięcia  $\Delta N$  dla GOE, wyniki eksperymentalne (biny czarne), obliczenia numeryczne (biny czerwone). (b) Odpowiednio GUE. Wyniki w [H7].

#### 2.4 Wpływ moich osiągnięć na rozwój dyscypliny

Cykl publikacji **[H1-H7]**, który stanowi moje osiągnięcie naukowe, obejmuje badania własności spektralnych niskowymiarowych układów kwantowych o różnym stopniu korelacji poziomów:

- modelowanie jedno- i dwuwymiarowych układów kwantowych w eksperymentach mikrofalowych (także układu trójwymiarowego),
- analizę jedno- i dwu-portowych macierzy rozpraszania,
- zastosowanie funkcji korelacji widmowych, z uwzględnieniem niekompletności widm, wpływu wewnętrznej absorpcji i siły sprzężenia układu z otoczeniem, wpływ N-kanałów rozpraszania, obecności orbit periodycznych, lokalnych transformacji układu.

- 1) Własności spektralne symulowanego eksperymentalnie układu ze złamaną symetrią ze względu na odwrócenie czasu  $\mathcal{T}$  po raz pierwszy zostały przedstawione w naszej pracy **[H1]**. Dla wprowadzonej widmowej gęstości mocy S ( $\tilde{k}$ ) zbadałam czułość tej miary na losowo gubione stany gdy  $\phi \rightarrow 0.7$ , powodując przejście układu od GUE w kierunku Poissona. Pokazałam, iż korelacja krótkiego zasięgu P(s) w połączeniu z funkcjami długiego zasięgu, tj. wariancją  $\Sigma^2$ (L), sztywnością spektralną  $\Delta_3$ (L) oraz widmową gęstością mocy S ( $\tilde{k}$ ) są silnym narzędziem do badania dynamiki układów złożonych. Spójne wyniki pozwalają jednoznacznie określić stopień chaotyczności w modelu macierzy losowych (RMT) oraz z dużą dokładnością wyznaczyć liczbę brakujących stanów, nawet dla widma w znacznym stopniu niekompletnego. Analizy pokazują jak pozyskiwać pełną informację o układzie kwantowym (falowym).
- 2) Zbadałam użyteczność funkcji korelacji w symulowanym układzie z zachowaną symetrią ze względu na odwrócenie czasu *T*. Zostało potwierdzone eksperymentalnie i numerycznie, iż odchylenie od przewidywań RMT dla fluktuacji widmowych długiego zasięgu może być przypisane nieuniwersalnym własnościom grafu o klasie symetrii GOE, tj. wpływowi krótkich orbit periodycznych, które powstają w wyniku odbić na wierzchołkach [H2].
- 3) Układ o złożonej dynamice w obszarze przejściowym GOE → GUE, spowodowanym częściowym łamaniem symetrii względem odwrócenia czasu *T* zbadałam w [H3], uwzględniając dodatkowo wpływ kontrolowanej otwartości rezonatora z N-kanałami rozpraszania. Otrzymane wyniki pokazują jak modyfikować jego otwartość siłą łamania symetrii (TIV) oraz jaki ma ona wpływ na elastyczny współczynnik wzmocnienia *F*<sup>(β)</sup><sub>M</sub>(η, γ, ξ). Na uwagę zasługuje rozkład współczynnika wzmocnienia dla sekwencji N-kanałów, które są odwrócone względem rozkładu dla *B* = 0.
- 4) Własności systemu z częściowym łamaniem symetrii zbadałam również za pomocą widmowych funkcji korelacji dla N=2 kanałów z jednoczesnym uwzględnieniem frakcji losowo gubionych stanów 1-φ [H4]. Ze względu na obserwowaną interpolację GOE→ GUE, wzrasta stopień korelacji poziomów. Z drugiej strony, z powodu gubionych stanów (φ → 0) interakcje poziomów słabną, a system wykazuje przejście w kierunku przeciwnym, tj. od Wigner-Dysona do rozkładu całkowalnego. Podobnie jak w układach GOE i GUE, największe odejście od RMT zachodzi dla długo-zasięgowych interakcji. Zastosowane miary pokazały jak badać układ o złożonej dynamice, gdy funkcje korelacji

zależą od wielu parametrów. Kluczowe znaczenie ma precyzyjna analiza wartości własnych widm i poprawna procedura skalowania odległości poziomów.

- 5) Układ pseudo-całkowalny o szczególnych własnościach, ze statystyką semi-Poissona zbadałam w pracy [H5], pokazując jak zrealizować go eksperymentalnie. Odpowiada on obszarowi krytycznemu pomiędzy Poissonem a GOE. Dla rozkładu semi-Poissona po raz pierwszy został zaprezentowany elastyczny współczynnik wzmocnienia  $F^{sP}(\gamma^{tot})$ . Dodatkowo miarę tę zweryfikowałam stosując krótko- zasięgowy model plazmowy, na podstawie którego wyznaczyłam parametr  $\eta$  określający odejście od całkowalności.
- 6) W trójwymiarowym układzie ergodycznym opisywanym ortogonalnym zespołem gaussowskim (GOE), zbadałam wpływ systematycznie gubionych stanów (a nie tylko gubionych losowo), spowodowanych dużą otwartością układu [H6]. Wyniki eksperymentalne i numeryczne potwierdzają, iż widmowe funkcje korelacji w takim przypadku przestają mieć zastosowanie. Klasę symetrii w RMT pozwala wówczas określić elastyczny współczynnik wzmocnienia, nawet dla bardzo silnego przykrywania się rezonansów.
- 7) Dla grafów kwantowych z indeksem Dysona β=1 oraz β=2 symulowanych przez czterowierzchołkową sieci mikrofalową, potwierdziłam iż lokalne modyfikacje typu "switch" powodują przeplatanie widma w domenie częstotliwości o stopień-1, mimo iż topologia grafu jest zachowana [H7]. Taka transformacja grafu ilustruje jak czułe są widma, co konsekwentnie wpływa na korelacje poziomów. Wyniki eksperymentalne i numeryczne potwierdziły przewidywania teoretyczne.
- 8) Rezultaty badań prezentowane w [H1-H7] są nowatorskie i ważne z punktu widzenia szczegółowych analiz danych spektroskopowych. Poszerzają i ugruntowują wiedzę o własnościach spektralnych układów kwantowych oraz falowych. Są pożądane, jako że badania układów kwantowych są głównie teoretyczne, a eksperymenty o wysokiej rozdzielczości wykonuje zaledwie kilka zespołów na świecie. Jednym z nich jest zespół prof. dr hab. Leszka Sirko, lider w badaniach zjawisk chaosu kwantowego i falowego. Wszystkie wyniki są opracowane dla dużej liczby zestawów danych, co dodatkowo podnosi ich wartość ze statystycznego punktu widzenia. Ze względu na interdyscyplinarny charakter naszych badań, mają one znaczenie także dla innych dziedzin, np. chemii, biologii, informacji kwantowej.

#### 2.5 Bibliografia

- [1] F. Haake, *Quantum Signatures of Chaos* (Springer-Verlag, Heidelberg (2001).
- [2] J. Gómez, K. Kar, V. Kota, R. A. Molina, A. Relaño, J. Retamosa, Phys. Rep. 499 103 (2011).
- [3] M. L. Mehta, Random Matrices (Academic, London, 1990), 44102 (2002).
- [4] T. Guhr, A. Müller-Groeling, and H. A. Weidenmüller, Phys. Rep. 299, 189 (1998).
- [5] O. Bohigas, M. J. Giannoni, and C. Schmit, Phys. Rev. Lett. 52, 1 (1984).
- [6] J. Maldacena, S. H. Shenker and D. Stanford, Journal of High Energy Physics 106 (2016).
- [7] R. J.Lewis-Swan, A. Safavi-Naini, J. J. Bollinger and A. M. Rey, Nature Communications 10(1), 1581 (2019).
- [8] L. M. Sieberer, T. Olsacher, A. Elben, M. Heyl, P. Hauke, F. Haake and P. Zoller, Quantum Information 5(1), 78 (2019).
- [9] S. W. McDonald and A. N. Kaufman, Phys. Rev. Lett. 42, 1189 (1979).
- [10] G. Casati, F. Valz-Gris, and I. Guarnieri, Lett. Nuovo Cimento 28, 279 (1980).
- [11] M. V. Berry, Eur. J. Phys. 2, 91 (1981).
- [12] M. V. Berry and M. Tabor, Proc. R. Soc. London, Ser. A 356, 375 (1977).
- [13] H.-J. Stöckmann, Quantum Chaos: An Introduction, Cambridge University Press, Cambridge, England, (1999).
- [14] Y. V. Fyodorov, D. V. Savin, and H.-J. Sommers, J. Phys. A 38, 10731 (2005).
- [15] Á. L. Corps, R. A. Molina, and A. Relaño, SciPost Phys. 10, 107 (2021).
- [16] L. Muñoz, R. A. Molina, J. Gómez, Journal of Phys. 1023 012011 (2018).
- [17] O. Bohigas and M. P. Pato, Phys. Rev. E 74, 036212 (2006).
- [18] T. Zimmermann, H. Köppel, L. S. Cederbaum, G. Persch, and W. Demtröder, Phys. Rev. Lett. 61, 3 (1988).
- [19] M. Aizenman, H. Schanz, U. Smilansky, and S. Warzel, Acta Phys. Pol. A 132, 1699 (2017).
- [20] H. Schanz, U. Smilansky, St. Petersburg Math. J. t. 30 no.3 (2018).
- [21] B. Dietz, T. Friedrich, H. L. Harney, M. Miski-Oglu, A. Richter, F. Schäfer, and H. A. Weidenmüller, Phys. Rev. E 81, 036205 (2010).
- [22] T. Seligman, J. Verbaarschot, and M. Zirnbauer, Phys. Rev. Lett. 53, 215 (1984); T. Seligman and J. Verbaarschot, Phys. Lett. 108A, 183 (1985).
- [23] L. Muñoz, C Fernàndez-Ramirez, A. Relaño, J. Retamosa, Phys. Lett. B, vol.710, issue 1 (2012).
- [24] A. Relaño, J. Gómez, R.A. Molina, J. Retamosa, E. Faleiro, Phys. Rev. Lett. 89 2441021 (2002).
- [25] R. Molina, J. Retamosa, L. Muñoz, A. Relaño, E. Faleiro, Phys. Lett. B 644 (2007).
- [26] P.A. Moldauer, Phys. Rev. 135 B, 642 (1964).
- [27] J. Verbaarschot, Ann. Phys. (NY) 168, 368 (1986).
- [28] Y. A. Kharkov and V. V. Sokolov, Phys. Lett. B 718, 1562 (2013).
- [29] D. V. Savin, Y. V. Fyodorov, and H.-J. Sommers, Acta Phys. Pol. A 109, 53 (2006).
- [30] E. Faleiro, J. M. G. Gómez, R. A. Molina, L. Munoz, A. Relaño, and J. Retamosa, Phys. Rev. Lett. **93**, 244101 (2004).
- [31] B. Dietz, A. Heusler, K. Maier, A. Richter, B. A. Brown, Phys. Rev. Lett. 118, 012501 (2017).
- [32] R. Riser, V. A. Osipov, and E. Kanzieper, Phys. Rev. Lett. 118, 204101 (2017).
- [33] O. Hul, M. Ławniczak, S. Bauch, A. Sawicki, M. Kuś, L. Sirko, Phys. Rev. Lett. 109, 040402 (2012).
- [34] M. Allgaier, S. Gehler, S. Barkhofen, H.-J. Stöckmann, U. Kuhl, Phys. Rev. E 89, 022925 (2014).
- [35] A. Rehemanjiang, M. Allgaier, C.H. Joyner, S. Müller, M. Sieber, U. Kuhl, H.J. Stöckmann, Phys. Rev. Lett. **117**, 064101 (2016).
- [36] L. J. Pauling, Chem. Phys. 4, 673 (1936).
- [37] G. Tanner, J. Phys. A 34, 8485 (2001).
- [38] J. Lu, J. Che, X. Zhang, and B. Dietz, Phys. Rev. E 102, 022309 (2020).
- [39] H. Alt, H.-D. Gräf, H. L. Harner, R. Hofferbert, H. Lengeler, A.Richter, P. Schardt, and H. A. Weidenmüller, Phys. Rev. Lett. **74**, 62 (1995).
- [40] H. Weyl, J. Reine Angew. Math. 141, 1 (1912).
- [41] J. M. G. Gómez, A. Relaño, J. Retamosa, E. Faleiro, L. Salasnich, M. Vraničar, and M. Robnik, Phys. Rev. Lett. 94, 084101 (2005).
- [42] L. Salasnich, Phys. Rev. E 71, 047202 (2005).

- [43] M. S. Santhanam and J. N. Bandyopadhyay, Phys. Rev. Lett. 95, 114101 (2005).
- [44] J. Mur-Petit and R. A. Molina, Phys. Rev. E 92, 042906 (2015).
- [45] E. Faleiro, U. Kuhl, R. A. Molina, L. Muñoz, A. Relaño, J. Retamosa, Phys. Lett. A 358, 251 (2006).
- [46] U. Stoffregen, J. Stein, H.-J. Stöckmann, M. Kuś, F. Haake, 'Phys. Rev. Lett. 74, 2666 (1995).
- [47] M. Sieber, U. Smilansky, S. C. Creagh, and R. G. Littlejohn, J. Phys. A 26, 6217 (1993).
- [48] T. Kottos and U. Smilansky, Ann. Phys. 274, 76 (1999).
- [49] B. Dietz, T. Klaus, M. Miski-Oglu, A. Richter, M. Wunderle, Phys. Rev. Lett. 123, 174101 (2019).
- [50] W. Kretschmer and M. Wangler, Phys. Rev. Lett. 41, 1224 (1978).
- [51] G. Lenz and K. Życzkowski, J. Phys. A 25, 5539 (1992).
- [52] A. Pandey and P. Shukla, J. Phys. A 24, 3907 (1991).
- [53] O. Bohigas, M.-J. Giannoni, A. M. O. de Almeidaz, and C. Schmit, Nonlinearity 8, 203 (1995).
- [54] K. Roy, B. Chakrabarti, V. Chavda, V. K. Kota, M. L. Lekala, G. J. Rampho, Europhysics Letters vol. 118, 46003 (2017).
- [55] E. Bogomolny, E. Gerland, and C. Schmit, Eur. Phys. J. B 19, 121 (2001).
- [56] E. Bogomolny and C. Schmit, Phys. Rev. Lett. 93, 254102 (2004).
- [57] R. Balian and C. Bloch, Ann. Phys. (N.Y.) 84, 559 (1974).

#### 3. Omówienie drugiego osiągnięcia naukowego [D1-D3]

Na Wydziale Fizyki Politechniki Warszawskiej (2001-2011) prowadziłam badania naukowe, których realizacja składała się z dwóch etapów:

#### I etap: udział w tworzeniu Laboratorium Technik Femtosekundowych na Wydziale Fizyki PW

- 1) Brałam udział w budowie od podstaw nowoczesnego laboratorium z oryginalnym układem elektro-optycznym (EOS), który był dużym wyzwaniem. Układ taki jest zaawansowanym narzędziem do charakteryzowania ultraszybkich detektorów oraz optoelektronicznych elementów z sub-pikosekundową rozdzielczością. Konieczność zbudowania systemu EOS była spowodowana tym, iż celem moich badań były najszybsze istniejące fotodetektory z sygnałem odpowiedzi w domenie THz, wytwarzane w technologii opracowanej w Research Centre Jülich (Niemcy). Poprzedni laser o laboratoryjnej konstrukcji nie był odpowiedni do tak precyzyjnych badań.
- 2) Został zakupiony laser femtosekundowy Ti:szafir najnowszej generacji Spectra-Physics Tsunami HP (Fig.16(a)). Jest on stosowany w badaniu ultraszybkich procesów, był zatem niezbędnym elementem systemu EOS. Zaprojektowanie pozostałych komponentów i budowa układu (Rys.16(b-d)) należały w głównej mierze do mnie, gdyż był to pionierski eksperyment w Polsce z zastosowaniem układu EOS, więc moje badania były pierwszą realizacją.

3) Idea działania systemu EOS opierała się na sub-pikosekundowej technice spektroskopowej "pump-probe" (wzbudzenie-próbkowanie) z liniowym efektem Pockelsa oraz kontrolowaną linią opóźniającą, co powoduje, iż jest to trudna metoda pomiarowa. Koncepcyjnie układ był podobny do działającego na Uniwersytecie w Rochester (USA), jednak wprowadziłam w nim kilka zmian. Kluczowa była modyfikacja piramidalnej geometrii kryształu elektrooptycznego LiTaO<sub>3</sub>, która wpłynęła na lepsze próbkowanie impulsów elektrycznych. Opracowałam metodologię detekcji ultraszybkiej odpowiedzi. Następnie zweryfikowałam metrologiczne własności układu i zoptymalizowałam wpływ różnych parametrów na sygnały elektrooptyczne.



**Rys.16** Układ EOS zbudowany na Wydziale Fizyki Politechniki Warszawskiej. (a) Laser femtosekundowy Ti:szafir (Spectra-Physics Tsunami HP) (b) Zobrazowana technika "pump - probe" (z opóźnieniem czasowym), linia zielona i czerwona - odpowiednio drogi optyczne wiązek wzbudzającej i próbkującej. (c) Układ detekcyjny z badanym fotodetektorem, kryształem elektrooptycznym LiTaO<sub>3</sub>. Foto wykonane przeze mnie. (d) Schemat układu EOS w[D2].

#### II etap: Badanie ultraszybkich fotodetektorów LT GaAs

1) Sprecyzowałam problem badawczy i w dalszej kolejności wykonałam pomiary czułości i czasowej zdolności rozdzielczej fotodetektorów *LT* GaAs. Mikrostruktury metal-

półprzewodnik-metal (MSM) z niskotemperaturowego GaAs, czasem życia nośników <200 fs wytworzono w technologii MBE (Molecular Beam Epitaxy) w Research Centre Jülich (Rys.17(a)). W pomiarach elektrooptycznych uzyskałam impuls z FWHM ~980 fs (f<sub>-3dB</sub> ~0.55 THz). Porównywalny czas zmierzono na Uniwersytecie w Rochester (USA), gdzie detektor był także testowany. To pozwoliło mi zweryfikować, iż zbudowany układ i zastosowana przeze mnie metodologia i koncepcja pomiarowa działają poprawnie. W eksperymencie wykorzystywałam wiązkę lasera femtosekundowego o czasie trwania impulsu 80 fs, długości fali 795 nm, repetycji 80MHz.

- Inny typ fotodetektora N<sup>+</sup>GaAs został naświetlony szybkimi neutronami w Narodowym Centrum Badań Jądrowych w Świerku, co skróciło foto-odpowiedź do ~680 fs.
- **3)** Na moją prośbę z Research Centre Jülich otrzymałam także najnowszej generacji fotodetektory *LT*GaAs zintegrowane z koplanarną linią transmisyjną (CPS) (Rys.17(b)). Ultrakrótki czas odpowiedzi FWHM ~720 fs (f<sub>.3dB</sub>~0.74 THz) jaki dla nich zmierzyłam posiadały najszybsze dotychczas wyprodukowane fotodetektory (Rys.17(c)). Dostępny komercyjny detektor (Hamamatsu) posiadał czasową rozdzielczość zaledwie ~40 ps.



Rys. 17 (a) Fotodetektory LT GaAs o różnej geometrii grzebieniowej z metalizacją Ti/Au.
(b) Fotodetektor LT GaAs zintegrowany z linią CPS. (c) Odpowiedź czasowa struktury z CPS.
Struktury otrzymane z Research Centre Jülich, Niemcy. Moje fotografie oraz wynik.

#### Wpływ moich osiągnięć na rozwój dyscypliny naukowej:

- 1) Układ EOS przyczynił się do tego, iż nowo utworzone Laboratorium Technik Femtosekundowych było jednym z najbardziej nowoczesnych na Wydziale Fizyki PW.
- 2) Zbudowany system zapoczątkował w Polsce badania fotodetektorów o wysokiej rozdzielczości, pozwolił prowadzić eksperymenty w zakresie emisji i detekcji promieniowania terahercowego, oraz wykonywać kolejne prace doktorskie i magisterskie.

- **3**) Układ stał się alternatywą na terenie Europy dla układu działającego w USA, gdzie grupa prof. R. Sobolewskiego od wielu lat jest światowym liderem w tej dziedzinie.
- 4) Otworzyłam możliwości do współpracy z Research Centre Jülich (Niemcy), a także z firmą VIGO System S.A., jedną z najlepszych firm innowacyjnych w dziedzinie optoelektroniki, która dostarcza swoje detektory m.in. dla NASA.
- 5) Przedstawiłam efektywną metodę redukcji czasowej rozdzielczości fotodetektorów poprzez naświetlanie ich neutronami, co stanowi alternatywę dla powszechnie stosowanej implantacji jonami azotu.
- 6) Mój wkład w rozwój dyscypliny był ważny i nowatorski, z uwagi na intensywne w ostatnich latach badania detektorów i innych urządzeń optoelektronicznych oraz gwałtowny rozwój terahercowych technik badawczych.

Znaczenie badań i moja aktywność w ocenie prof. dr hab. Józefa Piotrowskiegorecenzenta mojej rozprawy doktorskiej i twórcy VIGO System S.A. (cytaty z recenzji):

- zagadnienia naukowe rozpatrzone w pracy: "prowadzone badania mogą być odniesione do femtosekundowej fotoniki, jednej z najszybciej rozwijających się obecnie dziedzin nauk technicznych, o ogromnym znaczeniu poznawczym i aplikacyjnym. Tematyka rozprawy jest więc ważna i aktualna", "w prowadzonych badaniach wykorzystano metody teoretyczneanalizy, porównania i syntezy oraz eksperymentalne - konstruowanie zaawansowanych systemów badawczych, ich charakteryzację, a następnie badanie właściwości ultraszybkich detektorów promieniowania",
- analiza źródeł, w tym literatury światowej, stanu wiedzy: "przegląd stanu wiedzy odnoszącej się do tematyki rozprawy jest przeprowadzony kompetentnie, wyciągnięto właściwe wnioski, które zostały następnie wykorzystane w badaniach własnych", "jakość przeglądu świadczy o właściwym przygotowaniu autorki do prowadzenia prac badawczych w dziedzinie optoelektroniki, a w szczególności w teorii, konstrukcji i technologii detektorów promieniowania, a także w zaawansowanych metodach ich charakteryzacji",
- Czy autor rozwiązał postawione zagadnienia, czy użył właściwej do tego metody: "Autorka rozprawy wykazała umiejętność rozwiązywania złożonych problemów z dziedziny zaawansowanych technologii optoelektronicznych",
- Oryginalność rozprawy, samodzielny i oryginalny dorobek autora, pozycja rozprawy
  w stosunku do stanu wiedzy i poziomu techniki prezentowanych przez literaturę
  światową: "system opisany w rozprawie jest pierwszą polską konstrukcją systemu do

pomiaru ultraszybkich detektorów metodą próbkowania elektrooptycznego. Zastosowane rozwiązania są zbliżone do rozwiązań zastosowanych w układzie opisanym w publikacjach znanego ośrodka w Rochester (USA) i posiada charakterystyki porównywalne do najlepszych urządzeń tego typu opracowanych dotychczas", "budowa urządzenia wymagała pokonania istotnych trudności",

 przydatność rozprawy dla nauk technicznych: "wyniki przedstawione w rozprawie są wartościowe", "opracowane techniki badawcze przedstawiają znaczącą wartość dla dalszego rozwoju optoelektroniki półprzewodnikowej. Mogą być wykorzystane do charakteryzacji femtosekundowych detektorów promieniowania w różnych zakresach widmowych, w szczególności do charakteryzacji produkowanych w Polsce detektorów promieniowania podczerwonego".

#### Publikacje z afiliacją Wydziału Fizyki Politechniki Warszawskiej:

wyniki i manuskrypty przygotowane z moim dominującym udziałem

- [D1] M. Białous, R. Mogiliński, M. Wierzbicki, K. Świtkowski, B. Pura Comparison of ultrafast photodetectors based on N<sup>+</sup>GaAs and LT GaAs, Acta Physica Polonica A no 3, vol 119 (2011)
- [D2] M. Białous, M. Wierzbicki, B. Pura, K. Brudzewski, J. Strzeszewski Subpicosecond photodetector N<sup>+</sup>GaAs irradiated by fast neutrons, Applied Physics B 96 (2009)
- [D3] M. Białous, K. Świtkowski, A. Kozanecka-Szmigiel, B. Pura, M. Wierzbicki Investigations of photoresponse signals of LT GaAs photodetector, Optica Aplicata, issue 4, vol.39 (2009)

# 4. Istotna aktywność naukowa realizowana w więcej niż jednej uczelni, instytucji naukowej

Prowadziłam badania naukowe w trzech wiodących ośrodkach, kolejno w trzech obszarach: fizyki atomowej, fizyki ciała stałego (optoelektroniki), zagadnień mechaniki kwantowej. Jednocześnie współpracowałam z ośrodkami krajowymi oraz zagranicznymi.

#### > Instytut Fizyki, Uniwersytet Mikołaja Kopernika w Toruniu (1992/1993):

studia w selektywnej grupie kilku osobowej wymagające aktywności naukowej, a także brałam udział w zaawansowanym eksperymencie w Laboratorium Fizyki Atomowej, którego osiągnięcia oraz prężnie rozwinięta fizyka atomowa i molekularna na UMK stały się inspiracją do utworzenia Krajowego Laboratorium Fizyki Atomowej, Molekularnej i Optycznej (KL FAMO) w Toruniu:

- a) Badałam zjawisko optyczno-magnetycznego podwójnego rezonansu w atomach <sup>48</sup>Cd (analizowane problemy: pompowanie optyczne, efekt Zeemana, podłużny i poprzeczny czas relaksacji, równania Blocha).
- b) Wyprowadziłam równanie analityczne krzywej rezonansowej do badania sygnałów rezonansowych (rezonanse Majorana-Brossel) oraz wykonałam analizę sygnałów dla kwarcowych komórek rezonansowych naparowanych kadmem <sup>48</sup>Cd.
- c) Wyznaczyłam czas życia atomów <sup>48</sup>Cd w stanie wzbudzonym oraz czynnik Landego.

Metodologię badań i układ eksperymentalny opisano w publikacji:

S. Łęgowski, A. Molhem, G. Osiński, P. Rudecki, *Tensor polarizability of cadmium atoms in the excited state*  $(5s5p)^{3}P_{1}$ , The European Physical Journal D 35(2) (1995), oraz Zeitschrift für Physik D Atoms, Molecules and Clusters 35, 101-105 (1995).

#### > Wydział Fizyki, Politechnika Warszawska (2001–2011)

Budowa układu EOS i badanie fotodetektorów wymagały ode mnie pokonania wielu trudności, a poprzez to wykazywania się aktywnością naukową (przy nieznacznych nakładach finansowych, pomijając zakup drogiego lasera femtosekundowego, Spectra-Physics Tsunami HP). Współpracowałam z następującymi ośrodkami:

- Research Centre Jülich, Niemcy- dr M. Mikulics,
- Slovak University of Technology- prof. P. Kordoš,
- University of Rochester, USA- prof. dr hab. R. Sobolewski,
- Narodowe Centrum Badań Jądrowych w Świerku- dr J. Milczarek,
- Wydział Chemii Politechniki Warszawskiej- prof. dr hab. K. Brudzewski (wspólna publikacja),
- Instytut Technologii Elektronowej w Warszawie,
- Instytut Technologii Materiałów Elektronicznych w Warszawie,

• Wydział Mechatroniki Politechniki Warszawskiej,

Współpraca dotyczyła: wykonania elementów układu, badania własności kryształu elektrooptycznego LiTaO<sub>3</sub>, pozyskiwania fotodetektorów i elementów optoelektronicznych z Jülich i nawiązywania współpracy, bondowania detektorów oraz napromieniowania szybkimi neutronami, testowania detektora w Rochester (USA) i konsultacji.

#### > Instytut Fizyki, Polska Akademia Nauk, Warszawa

#### Współpraca:

- Korea University of Science and Technology, Center for Theoretical Physics of Complex Systems, Institute for Basic Science (IBS), Daejeon 34126, Korea, prof. Barbara Dietzregularna współpraca od 2016r.
- 2. Center of Theoretical Physics of Polish Academy of Science prof. Adam Sawicki

#### Granty międzynarodowe:

- SHENG 1- "Quantum and wave-dynamical Chaos in systems with integer or half-integer spin and preserved or violated time-reversal invariance: experiment and theory" (06.2018-07.2023) - współpraca z prof. Barbarą Dietz z Theoretical Physics, Lanzhou University, China- wykonawca.
- 2. EAgLE the European Action towards Leading Centre for Innovative Materials projectrealizacja publikacji [H1], [H2], [P17], [P18].

#### Granty krajowe:

- 1. Opus 12- "Wpływ topologii sieci mikrofalowych symulujących grafy kwantowe na ich właściwości spektralne i rozproszeniowe oraz na przebieg sygnałów w dziedzinie czasowe"(08.2017-07.2021) wykonawca.
- Sonata 5- "Doświadczalne badanie widmowej mocy dyskretnych i skończonych szeregów S(f) w układach mikrofalowych symulujących chaotyczne układy kwantowe" (04.2014-09.2017r.) - wykonawca.
- **3. Miniatura 1** projekt nr 2017/01/X/ST2/00734 finansowany przez NCN-"Eksperymentalne badanie własności elastycznego współczynnika wzmocnienia w funkcji otwartości układu" (12.2017-11.2018) - kierownik

Bazowy projekt dotyczył jednego zadania, tj. badania współczynnika wzmocnienia w układzie GOE w obecności N-kanałów rozpraszania. Jednakże rozszerzyłam badania o

nowe koncepcje i postanowiłam zbadać także własności układu z częściowo łamaną symetrią w obecności N-kanałów rozpraszania, uwzględniając jednocześnie niekompletność widm. Otrzymałam interesujące wyniki, które zostały przedstawione w kilku publikacjach: **[H3], [H4], [P5], [P7], [P13], [P15],** w tym trzy publikacje w Physical Review E.

4. Opus 25 - złożyłam projekt "Badanie układów kwantowych o symetrii GSE w modelu RMT", w ramach którego przygotowałam nową koncepcję układu GSE, zaliczanego do trzeciej fundamentalnej klasy symetrii w RMT, uwzględniającej spin połówkowy. Zaproponowałam badanie nowego modelu GSE, który będzie zawierał podgrafy jednakowo rozpraszające H oraz O z mieszanymi warunkami brzegowymi Neumanna i Dirichleta.

### 5. Inne osiągnięcia naukowe

Publikacje dotyczą badania różnych własności układów nisko-wymiarowych.

- [P1] A. Akhshani, M. Białous, L. Sirko *Quantum graphs and microwave networks as narrow-band filters with controllable transmission properties*, Phys. Rev. E – zaakceptowane (2023)
- [P2] O. Farooq, A. Akhshani, M. Białous, Sz. Bauch, M. Ławniczak, L. Sirko Investigation of the generalized Euler characteristic of graph and microwave networks split at edges and vertices, Physica Scripta 024005 (2023)
- [P3] M. Ławniczak, A. Akhshani, O. Farooq, M. Białous, Sz. Bauch, B. Dietz, L. Sirko Distributions of the Wigner reaction matrix for microwave networks with symplectic symmetry in the presence of absorption, Physical Review E 107, 024203 (2023)
- [P4] O. Farooq, A. Akhshani, M. Białous, Sz. Bauch, M. Ławniczak, L. Sirko Experimental investigation of the generalized Euler characteristic of the networks split at edges, Mathematics 10 3587 (2022)
- [P5] M. Białous, B. Dietz, L. Sirko Power spectrum of discrete and finite series of levels in chaotic resonators with and without partially violated time - reversal symmetry. The case of missing levels. Acta Physica Polonica A no. 6, vol. 140, (2021)
- [P6] M. Ławniczak, P. Kurasov, S. Bauch, M. Białous, A. Akhshani, L. Sirko A new spectral invariant for quantum graphs, Scientific Reports 11, 15342 (2021)

[P7] M. Białous, B. Dietz, L. Sirko

Unusual properties of the enhancement factor in an open wave chaotic system with time-reversal-invariance violation, Acta Physica Polonica A No.4 Vol.139 (2021)

- [P8] M. Ławniczak, P. Kurasov, S. Bauch, M. Białous, L. Sirko Euler characteristic of graphs and networks, Acta Physica Polonica A No.3 Vol.139 (2021)
- [P9] M. Ławniczak, J. Lipovsky, M. Białous, L. Sirko Application of topological resonances in experimental investigation of a Fermi golden rule in microwave networks, Physical Review E 103 032208 (2021)
- [P10] M. Ławniczak, A. Sawicki, M. Białous, L. Sirko Isoscattering strings of concatenating graphs and networks, Scientific Reports 11, 1575 (2021)
- [P11] M. Ławniczak, P. Kurasov, S. Bauch, M. Białous, V. Yunko, L, Sirko *Hearing Euler characteristic of graphs*, Physical Review E 101, 052320 (2020)
- [P12] M. Białous, P. Dulian, A. Sawicki, L. Sirko Delay-time distribution in the scattering of short Gaussian pulses in microwave networks, Physical Review E 104, 024223 (2021)
- [P13] M. Białous, B. Dietz, L. Sirko Investigation of the elastic enhancement factor in microwave chaotic cavities in the presence of strong opened channels, Acta Physica Polonica A, no 5 vol 136, 16215 (2019)
- [P14] M. Ławniczak, Sz. Bauch, V. Yunko, M. Białous, J. Wrochna, L. Sirko Investigation of the Wigner's reaction matrix of microwave networks simulating quantum graphs with broken time reversal symmetry -one-port investigation, Acta Physica Polonica A, no 5 vol 136, 16209 (2019)
- [P15] M. Białous, B. Dietz, L. Sirko Experimental investigation of the elastic enhancement factor in a microwave cavity emulating a chaotic scattering system with varying openness, Physical Review E 100, 012210 (2019)
- [P16] M. Ławniczak, M. Białous, V.Yunko, Sz. Bauch, L. Sirko Missing level statistics and power spectrum analysis of three -dimensional chaotic microwave cavities, Physical Review E 98 012206 (2018)
- [P17] M. Ławniczak, M. Białous, V.Yunko, Sz. Bauch, L. Sirko Analysis of missing level statistics for microwave networks simulating quantum chaotic graphs without time reversal symmetry-the case of randomly lost resonances, Acta Physica Polonica A no 6 vol.132 (2017)

- [P18] M. Białous, V. Yunko, Sz. Bauch, M. Ławniczak, B. Dietz, L. Sirko Long-range correlations in rectangular cavities containing pointlike perturbations, Physical Review E 94, 042210 (2016)
- [P19] M. Ławniczak, M. Białous, V.Yunko, Sz. Bauch, L. Sirko Numerical and experimental studies of the elastic enhancement factor for 2D open systems, Acta Physica Polonica A no 6 vol.128, 974 (2015)
- [P20] M. Białous, L. Sirko, V. Yunko, Sz. Bauch, M. Ławniczak *Investigation of the enhancement factor in a transient region between regular and chaotic dynamics*, 1st URSI Atlantic Radio Science Conference, URSI AT-RASC, IEEE (2015)
- [P21] M. Ławniczak, M. Białous, V. Yunko, Sz. Bauch, L. Sirko Experimental investigation of the enhancement factor in a transient region between regular and chaotic dynamics, Physical Review E 91, 032925 (2015)
- Publikacje pokonferencyjne recenzowane/ rozdziały:
- [K1] M. Ławniczak, O. Farooq, A. Akhshani, M. Białous, Sz. Bauch, L. Sirko Role of the boundary conditions in the graphs split at vertices, Proceedings of the 15th Chaotic Modeling and Simulation International Conference, 14-17 June 2022, Athens, Greece, Editor Christos H. Skiadas, Springer Proceedings in Complexity, p.165-175 (2023)
- [K2] M. Ławniczak, P. Kurasov, Sz. Bauch, M. Białous, L. Sirko *The relationship between the Euler characteristic and the spectra of graphs and networks*, 13<sup>th</sup> Chaotic Modeling and Simulation International Conference, Editor Christos H. Skiadas, Florence, Italy, 9-12 June 2021, p. 487-497, Springer (2021)
- [K3] M. Ławniczak, A. Sawicki, M. Białous, L. Sirko
   *Isoscattering chains of graphs and networks*,
   14th Chaotic Modeling and Simulation International Conference, Chaos, Athens,
   Greece (2021)
- [K4] M. Ławniczak, M. Białous, V. Yunko, Sz. Bauch, L. Sirko Missing- level statistics in chaotic microwave networks versus level statistics of partially chaotic systems, Discrete and Continuous Models in the Theory of Networks ,vol. 281, p. 241-253, Springer (2020)
- [K5] L. Sirko, M. Białous, S. Bauch, P. Kurasov, J. Lipovsky, B. Dietz, M. Ławniczak Experimental investigations of the Euler characteristic and other peculiar properties of microwave networks and graphs, Quantum graphs in Mathematics, Physics and Applications, Stockholm University 8-9 December (2020)

[K6] V. Yunko, M. Białous, S. Bauch, M. Ławniczak, L. Sirko
 Experimental and numerical studies of spectral properties of three-dimensional chaotic microwave cavities: The case of missing levels,
 11th Chaotic Modeling and Simulation International Conference, p. 303-315, Springer Proceedings in Complexity, Springer (2019)

[K7] M. Ławniczak, M. Białous, V. Yunko, Sz. Bauch, B. Dietz, L. Sirko Influence of Topology and Absorption on Properties of Quantum Graphs and Microwave Networks,

11th Chaotic Modeling and Simulation International Conf., Rome, Italy 5-8 June (2018).

Hatgonata Biarous

(poapis wnioskodawcy)