

Od pewnego czasu zajmujemy się ruchami Browna. Przyglądamy im się zarówno od strony czysto doświadczalnej (MT 04/2008), jak i tworząc ich matematyczne modele i symulacje komputerowe (MT 05/2008). I choć wciąż są one dla nas pewną tajemnicą, to jedno nie powinno ulegać żadnej wątpliwości – jest to bardzo ciekawe i tajemnicze zjawisko, które zachodzi gdzieś na pograniczu światów: makro- i mikroskopowego. I choć granica ta wydaje się czysto umowna, to niezaprzeczalne wydaje się, że obiekty, które podlegają tym ruchom, są zbyt małe, aby można było je uznać za obiekty z naszego codziennego (makroskopowego) świata. Z drugiej strony są zbyt duże, aby być niepodzielnymi i podstawowymi ziarnami materii, z których (jak twierdził John Dalton) wszystko się składa. Obiekty podlegające ruchom Browna są zatem doskonałym łącznikiem pomiędzy dobrze nam znanym i logicznie działającym światem obiektów dużych a hipotetycznym, osłoniętym wielką ta-



**Tomasz Sowiński** w 2005 roku skończył z wyróżnieniem studia na Wydziale Fizyki Uniwersytetu Warszawskiego w zakresie fizyki teoretycznej. Obecnie jest asystentem w Centrum Fizyki Teoretycznej PAN. Z zamiłowania zajmuje się populary-

zującą nauki. W roku 2005 był nominowany do nagrody w konkursie Popularyzator Nauki organizowanym przez Ministerstwo Nauki i Informatyzacji oraz Polską Agencję Prasową.

# Na granicy mikro- i makroświata

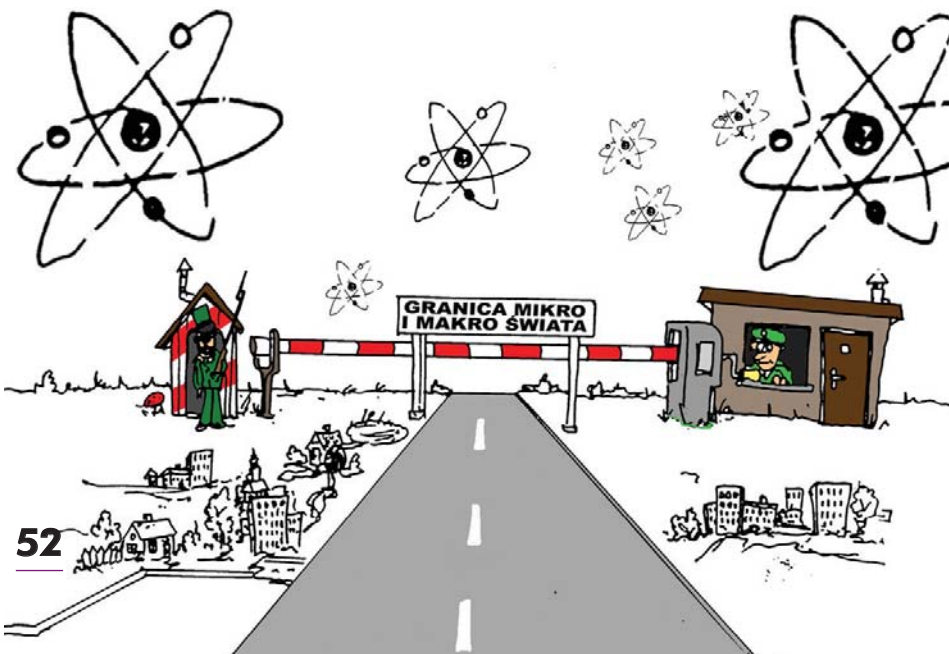
Tomasz Sowiński

jemnicą światem atomowym (molekularnym). Często mówimy, że ruchy Browna to zjawisko zachodzące na poziomie mezoskopowym, czyli gdzieś pomiędzy mikro- a makro-. Gdy popatrzymy na problem ruchów Browna z tej właśnie perspektywy, od razu staje się zrozumiałe, dlaczego ich wyjaśnienie było tak istotne

dla rozwoju fizyki. Dawało bowiem nadzieję, że w końcu otrzymamy jakieś eksperymentalne potwierdzenie istnienia tego, wciąż hipotetycznego, świata obiektów malusieńkich. Historia uczy, że zysków było znacznie więcej.

## ŚWIAT PRAWDOPODOBIENSTWA

Już pierwszy rzut oka na naturę ruchów Browna, lub jak ktoś woli na zagadnienie pijanego marynarza, czyli ich matematyczny model, powinien nas przekonać, że prawa fizyki molekularnej są zupełnie inne niż świata codziennego. Jak pamiętamy, obserwacja ruchu pojedynczego marynarza nie pozwala wyciągnąć żadnych konstruktywnych wniosków, gdyż ruch ten jest całkowicie chaotyczny i tym samym nieprzewidywalny. Każdy kolejny marynarz idzie całkowicie swoją ścieżką i ścieżka ta zupełnie nie jest skorelowana ze ścieżką któregośkolwiek z jego kompanów. Mało tego – nawet różne fragmenty ścieżki tego





samego marynarza wydają się całkowicie ze sobą niepowiązane. Właśnie dlatego ruch kompletnie pijanego marynarza nazwaliśmy naukowo procesem Wienera – ruchem bez pamięci. Dobrze pamiętamy jednak, że jeśli zmienimy sposób opisu tego ruchu na bardziej statystyczny, tzn. gdy będziemy obserwowali równocześnie całą gromadę niezależnych od siebie marynarzy i zadawali pytania jedynie o wartości średnie (przeciętne) dla całej ich populacji, to szybko okaże się, że wszystko staje się dość proste. Przeciętnie marynarze zachowują się dość porządnie – średnio znajdują się ciągle w tym samym miejscu, ale rozmiar ich gromady rośnie proporcjonalnie do pierwiastka z czasu. Czasami mówi się anegdotycznie, że „im więcej pijaków razem się spotyka, tym bardziej rozsądnie się zachowują” – tak jakby się wzajemnie kontrolowali... Ta ciekawa obserwacja, że ruchy Browna wykazują bardzo dużą regularność w sensie statystycznym, była w historii fizyki przełomowym spostrzeżeniem, które pozwoliło pośrednio potwierdzić hipotezę o ziarnistej naturze materii. A wszystko dzięki wcześniejszym pracom naukowców, dla których owa hipoteza była niemal wyrocznią, w którą wierzyli bezgranicznie.

#### SUKCESY HIPOTEZY ATOMISTYCZNEJ

Punktem, od którego rozpoczyna się droga do wyjaśnienia ruchów Browna, są prace dobrze nam już znanego szkockiego fizyka Jamesa Clerka Maxwella. Jak Czytelnik zapewne pamięta, to właśnie Maxwell stał się ojcem nowoczesnego sformułowania elektrodynamiki, które kilkadziesiąt lat później było bezpośrednią przyczyną powstania teorii względności. Elektromagnetyzm nie był jednak jedyną dziedziną ówczesnej fizyki, którą zajmował się Maxwell. Nie bez powodu przecież został nazwany przez Alberta Einsteina prekursorem zmian w fizyce. Maxwell, podobnie jak wielu innych uczonych z tamtych czasów, był bardzo zafascynowany hipotezą atomistyczną sformułowaną przez Daltona oraz konsekwencjami, jakie pociągała za sobą hipoteza Avogadro (patrz MT 03/2008). Fascynacja ta zapewne miała swoje źródło w tym, że to proste założenie, choć czysto teoretyczne, pozwalało tłumaczyć wiele wcześniej niewytłumaczalnych zjawisk. Zanim opowiemy o pracach Maxwella, podajmy kilka przykładów, w których hipoteza atomistyczna grała pierwsze skrzypce.

Pamiętamy choćby spektakularne wytłumaczenie praw kinetyki reakcji chemicznych – prawa sto-

sunków masowych i pozornie sprzecznego z nim prawa stosunków objętościowych. Nic więc dziwnego, że hipotezę tę brano za bardzo poważnego kandydata do miana „teorii naukowej”. Możliwości tej hipotezy jednak nie kończyły się jedynie na kinetyce reakcji chemicznych. Było wręcz przeciwnie. Okazuje się, że dzięki niej można zrozumieć własności fizyczne różnych materiałów – w szczególności gazów. Oto, dzięki założeniu, że gaz jest zbiorem bardzo wielu i bardzo małych cząsteczek, pozwala wyjaśnić choćby naturę ciśnienia, jakie gaz wywiera na ścianki naczynia. Ciśnienie to nic innego jak złożenie wielu, bardzo wielu, uderzeń tych cząsteczek o ścianki. Każde odbicie cząsteczek od ścianki powoduje przekazanie jej drobnego pędu; złożenie wielu takich odbić w ciągu drobnego ułamka sekundy skutkuje pojawieniem się makroskopowej siły (ciśnienia), jaka prze na ścianki naczynia. Gdy dwukrotnie zwiększymy ilość gazu w tym samym naczyniu przy tej samej temperaturze, to liczba odbić cząsteczek od ścianek w jednostce czasu będzie dwa razy większa. Wniosek: ciśnienie wzrośnie dwukrotnie. Wniosek ten płynie niemal automatycznie z hipotezy Avogadro, która jest paradygmatem atomistów.

#### MAXWELLA ROZKŁAD PRĘDKOŚCI

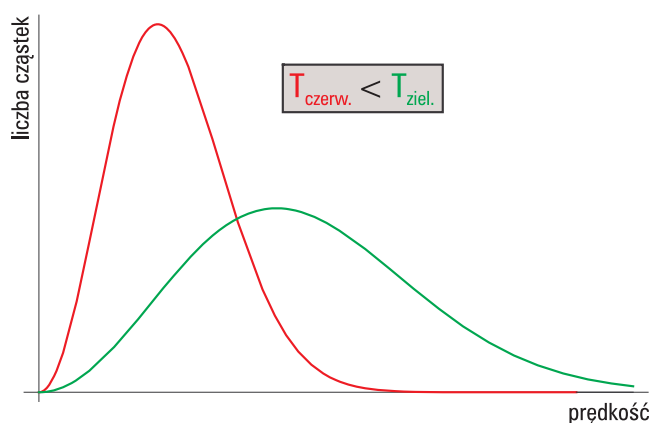
Założenie o ziarnistej naturze materii pozwala również sprostać o wiele trudniejszemu zadaniu. Pozwala bowiem wytłumaczyć mikroskopowe źródło istnienia temperatury i sposobu przepływu ciepła (skupmy się na gazach, choć dla innych stanów skupienia materii sytuacja jest bardzo podobna). Choć w pierwszym odruchu może się wydać to bardzo zaskakujące, temperatura jest niczym innym jak dość wyrafinowanym sposobem mierzenia prędkości cząsteczek w gazie (w przypadku ciał stałych jest to raczej miara prędkości drgań cząsteczek tworzących ciało niż prędkości ich ruchu). Bardzo zgrubnie, i nie ukrywajmy tego – nie do końca poprawnie, mówiąc: im wyższa temperatura gazu, tym większa jest prędkość cząsteczek, które go tworzą. Aby być całkowicie w zgodności z prawdą, trzeba to troszkę inaczej powiedzieć. Otóż okazuje się, że cząsteczki tworzące gaz o ustalonej temperaturze nie mają ściśle określonej prędkości. Wśród nich można znaleźć cząsteczki bardzo powolne i bardzo szybkie. To co ma związek z temperaturą to średnia (przeciętna) prędkość cząsteczek. To jest troszkę podobne do sytuacji z ruchami Browna. Gdybyśmy wybrali konkretną cząsteczkę z gazu, to jej prędkość byłaby całkowicie losowa i nie mogłaby nam nic powiedzieć o tym, jaka jest temperatura gazu. Jeśli jednak sprawdzimy, jaka jest charakterystyka rozkładu prędkości wszystkich cząsteczek tworzących gaz, to odkrylibyśmy pewną bardzo prostą regułę: prędkość średnia tych cząsteczek będzie proporcjonalna do pierwiastka kwadratowego z temperatury wyrażonej w skali Kelvina.

Łatwo powiedzieć. Ale skąd to wiadomo? Oczywiście nikt nie zmierzył prędkości cząsteczek tworzących jakikolwiek gaz. Nie jest to zatem na pewno wynik żadnego doświadczenia. Okazuje się, że wniosek ten płynie wprost z założenia o ziarnistej naturze materii i obserwacji, że gaz może magazynować energię (o energii wewnętrznej gazów uczymy

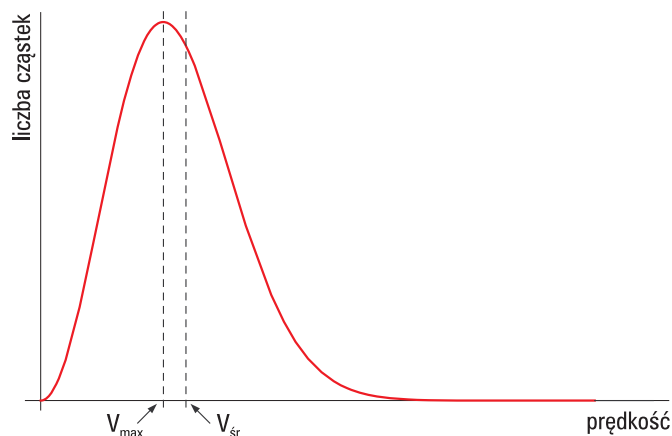


się w szkole). Jeśli bowiem prawdą jest, że gaz składa się z malutkich drobin, to jedynym sposobem przechowywania w nim energii jest ich energia kinetyczna. Jeśli dodatkowo uwzględnimy fakt, że cząsteczki zderzają się ze sobą w dość przypadkowy sposób i tym samym zupełnie losowo przekazują sobie wzajemnie energię, to wszystko staje się proste. W sytuacji stacjonarnej, tzn. gdy w gazie jako całości zgromadzona jest konkretna porcja energii, poszczególne cząsteczki mają losowe prędkości. Ale ich średnia energia kinetyczna musi być proporcjonalna do zgromadzonej energii wewnętrznej. Tym samym ich średnia prędkość (pamiętasz, drogi Czytelniku, że energia kinetyczna jest proporcjonalna do kwadratu prędkości, prawda?) jest proporcjonalna do pierwiastka kwadratowego z energii wewnętrznej gazu i tym samym jego temperatury.

Przytoczone przed chwilą jakościowe rozumowanie można przeprowadzić w sposób ściśle matematyczny, wykorzystując dość wyrafinowane metody statystyczne. Tym sposobem można potwierdzić matematycznie nie tylko ową regułę, że prędkość średnia jest proporcjonalna do pierwiastka z temperatury, ale wręcz wyznaczyć rozkład prawdopodobieństwa prędkości poszczególnych cząstek, tzn. można wyznaczyć, jaki jest procentowy udział cząsteczek mających konkretną prędkość dla konkretnej temperatury gazu. Jako pierwszy taką teoretyczną analizę przeprowadził James Maxwell jeszcze w latach 60. – uwaga – XIX wieku. Poniższy wykres pokazuje zależność liczby cząstek z określoną prędkością od tej prędkości dla dwóch różnych temperatur tego samego gazu.



Z zaprezentowanego wykresu widać jasno, że wraz ze wzrostem temperatury gazu zwiększa się procentowy udział tych cząstek, które mają większą prędkość, a sam rozkład staje się bardziej płaski. Cechą charakterystyczną tego rozkładu (nazywanego oczywiście rozkładem Maxwella) jest to, że ma on swoje maksimum, które wraz ze wzrostem temperatury przesuwa się ku większym prędkościom. Warto w tym miejscu podać jeszcze jedną, na pierwszy rzut oka paradoksalną, ciekawostkę związaną z rozkładem Maxwella. Gdybyśmy zaznaczyli na powyższym wykresie średnią prędkość cząsteczek, to znalazłaby się ona trochę „na prawo” od prędkości, dla której rozkład osiąga swoje maksimum. Staje się to jednak dość oczywiste, gdy zauważymy, że rozkład Maxwella nie jest rozkładem symetrycznym względem swojego maksimum.



### STATYSTYCZNA NATURA MIKROŚWIATA

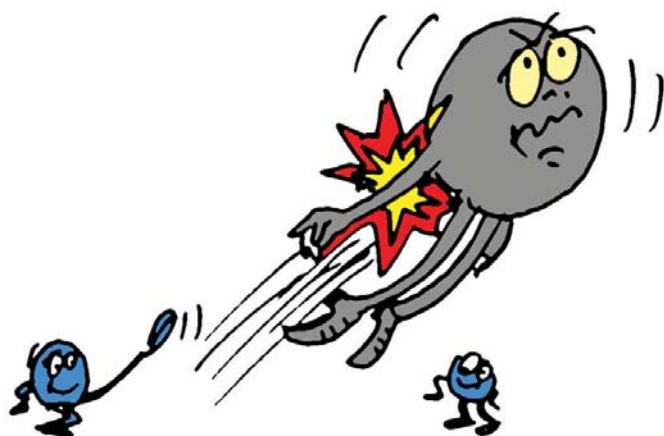
Doskonale widzisz, drogi Czytelniku, że za każdym razem, gdy przechodzimy od świata makroskopowego do bardziej mikroskopowego, nie możemy się oderwać od praw statystyki. Tylko dzięki stosowaniu praw rachunku prawdopodobieństwa jesteśmy w stanie wytłumaczyć zachowanie się obiektów makroskopowych (takich jak gaz jako całość) na podstawie opisu mikroskopowego. Podstawowym elementem, który umożliwi nam taką analizę, jest fakt, że obiekty makroskopowe są złożone z bardzo wielu cząsteczek – elementarnych cegiełek, które jako indywidualia zachowują się bardzo chaotycznie, bo ciągle zderzają się z innymi cząsteczkami. Wyobraź sobie, że w jednym metrze sześciennym powietrza w warunkach normalnych znajduje się mniej więcej 26 000 000 000 000 000 000 000 000 (tzw. liczba Loschmidta) cząsteczek różnych gazów! Wtedy od razu zrozumiesz, że skoro nawet najdrobniejszy fragment materii zaliczany do świata makroskopowego składa się z tryliardów malutkich cząsteczek, to pojedyncza cząsteczka ma nikły wpływ na własności obiektu jako całości. Dlatego właśnie mało sensowne wydaje się opisywanie tego układu jako złożonego z każdej cząsteczki osobno (tym bardziej że jest to bardzo trudne). Bardziej praktyczny wydaje się opis statystyczny, który „uśrednia po chaotycznym zachowaniu każdej z nich”.



Obserwacja, że do opisu układów złożonych z wielu niezależnych cząsteczek można z powodzeniem stosować prawa statystyki matematycznej, jest fundamentem, na którym wyrosła mechanika statystyczna – jeden z filarów współczesnej fizyki teoretycznej. To właśnie stosując metody mechaniki statystycznej, jesteśmy w stanie teoretycznie odpowiadać na pytania o makroskopowe własności różnych obiektów fizycznych na podstawie znajomości ich mikroskopowej budowy. Lub odwrotnie: na podstawie znajomości makroskopowych własności różnych ciał i praw mechaniki statystycznej możemy stawiać hipotezy o ich budowie mikroskopowej. Oczywiście należy pamiętać, że centralnym założeniem jest tutaj hipoteza o ziarnistej budowie materii, bez której nie można się obyć.

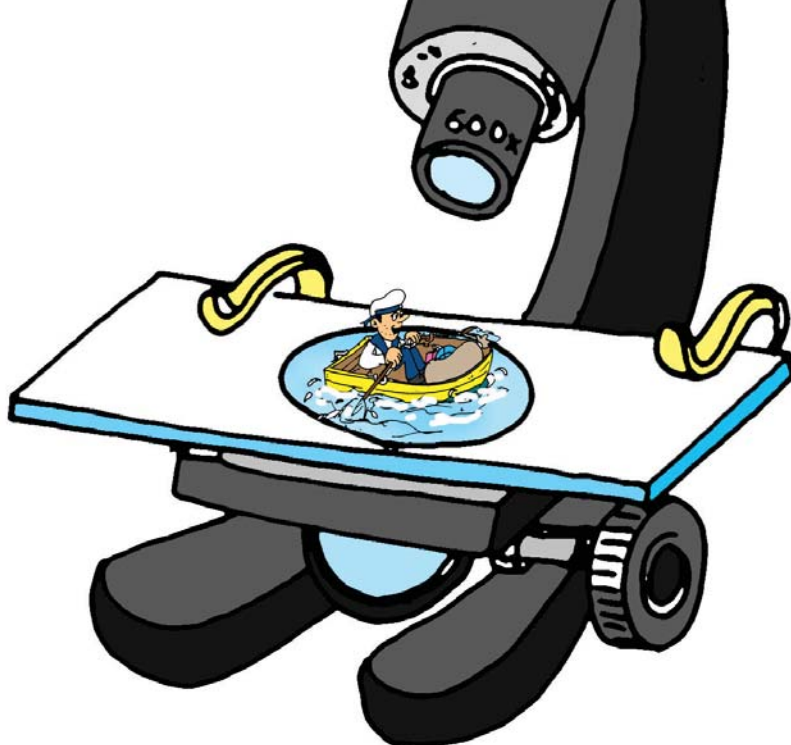
## NO, A RUCHY BROWNA?

Mogliby się wydawać, że odeszliśmy troszkę od tematu, bo przecież mieliśmy mówić o ruchach Browna. Ale właśnie bez tego jednoznacznego stwierdzenia, że naturę zjawisk w mikroświecie można dobrze zrozumieć tylko na poziomie statystycznym, nie da się wyjaśnić ruchów Browna. Doświadczenie uczy nas jedynie, że pyłek kwiatowy zanurzony w cieczy wykonuje chaotyczny ruch, a źródło tego ruchu jest eksperymentalnie niezauważalne.



## Efekt fluktuacji

Założmy na chwilę, że prawdziwa jest hipoteza atomistyczna, tzn. że ciecz składa się z wielu cząsteczek, które wykonują chaotyczny ruch. Jeśli ciecz ma określoną temperaturę, to (podobnie jak to było w przypadku gazów) średnia prędkość tych cząsteczek jest proporcjonalna do pierwiastka z temperatury. Cząsteczki te bombardują z każdej strony zanurzony pyłek kwiatowy, a ponieważ jest ich bardzo wiele, to średnio z każdej strony pyłek jest uderzany tyle samo razy i działająca na niego średnia siła jest równa zero. Średnio zatem pyłek się nie przemieszcza. Pamiętajmy jednak, że wśród wszystkich cząsteczek tworzących ciecz są takie, które poruszają się bardzo szybko, jak i takie, które poruszają się wolno. Może się zatem zdarzyć, że z jednej strony pyłek zostanie uderzony cząsteczką bardzo szybko i zostanie mu przekazana dość duża energia (fizycy nazywają taki efekt fluktuacją). Oczywiście, zgodnie ze statystyką, po jakimś czasie (i to dość szybkim) zostanie on na



pewno uderzony z drugiej strony równie szybko cząstką i znów wyjdzie na zero. Ze względu jednak na fakt, że pyłek jest na tyle mały, że reaguje na uderzenie praktycznie każdej cząsteczki wody, pomiędzy uderzeniami tych szybkich cząsteczek przemieści się on trochę w jakąś stronę. Ze względu na fluktuacje przemieszczenie to będzie zapewne bardzo małe i za chwilę nastąpi w innym kierunku. Ale jednak – pyłek kwiatowy będzie się trząść. Dokładna teoretyczna analiza tego efektu pokazuje, że jeśli cząsteczki wody mają rozkład prędkości zgodny z rozkładem Maxwella, to pyłek kwiatowy będzie wykonywał takie ruchy, które dokładnie odpowiadają ruchom Browna, tzn. średnie przemieszczenie pyłku będzie równe zero, a jego wariancja (MT 05/2008) będzie rosła proporcjonalnie do czasu obserwacji!!! Ruchy Browna są zatem namacalnym, doświadczalnym potwierdzeniem tego, że cząsteczki wody mają prędkości zgodne z rozkładem Maxwella. A skoro tak, to są bezpośrednią konsekwencją ziarnistej budowy materii i stanowią podstawowy element, który łączy niewidzialny świat mikroskopowy z dobrze widocznymi zjawiskami zachodzącymi w makroświecie.

Przedstawione przed chwilą fenomenalne rozumowanie, poparte oczywiście ścisłym rachunkiem w ramach mechaniki statystycznej, jako pierwszy przeprowadzili niezależnie Albert Einstein i Marian Smoluchowski. I choć stosowali różne oznaczenia i różne nazewnictwo, to doszli do tych samych wniosków. Od tego czasu uznaje się, że istnienie ruchów Browna jest jawną manifestacją faktu, że materia składa się z małych drobin, których nikt nigdy nie widział. Nie ma bowiem żadnego innego sposobu (przynajmniej nikt takiego na razie nie znalazł), aby wyjaśnić statystyczne własności ruchów pyłka kwiatowego – tego pijanego marynarza żeglującego po szkiełku laboratoryjnym.

Na zakończenie dodajmy, że z prac Einsteina i Smoluchowskiego płynie jeszcze jeden bardzo ważny i czasami niedoceniany wniosek. Oto jak widać, zupełnie niedostrzegalne fluktuacje na poziomie mikroskopowym (w tym przypadku fluktuacje prędkości), jeśli tylko będą ze sobą odpowiednio współgrały, mogą być źródłem fenomenalnych i dobrze widocznych zjawisk w makroświecie. ●