

## Ćwiczenia, *Mechanika Kwantowa* 21-10-2009

1. Pokazać że poniższe operatory są samosprężne (więc mierzalne), lub nie:

- (a) Pęd.
- (b) Operator różniczkowy  $\frac{\partial}{\partial x}$
- (c) Energia

2. W wolnej przestrzeni z otwartymi warunkami brzegowymi na odcinku o długości  $L$ :  $\psi(L) = \psi(0)$ ,  $\psi'(L) = \psi'(0)$  jakie są wartości własne operatora:

- (a) pędu.
- (b) pozycji  $x$
- (c) Energii

3. Przypomnijmy sobie wartości własne energii w studni o sztywnych ścianach umieszczonych w pozycjach  $\pm a$ :

$$E = \frac{1}{m} \left( \frac{hn}{8a} \right)^2 \quad \text{gdzie } n = 1, 2, \dots$$

$$\psi_n(x) = \frac{1}{\sqrt{a}} \sin \frac{n\pi x}{2a} \quad \text{kiedy } n \text{ jest parzyste}$$

$$\psi_n(x) = \frac{1}{\sqrt{a}} \cos \frac{n\pi x}{2a} \quad \text{kiedy } n \text{ jest nieparzyste}$$

Założmy że jednak mamy jednorodną funkcję falową  $\psi(x) = 1/\sqrt{2a}$  w tej studni.

- (a) Jaką wartość możemy uzyskać mierząc energię, i z jakimi prawdopodobieństwami?
- (b) A jeżeli  $\psi(x) = \psi_2(x)$ ?
- (c) Jeżeli mamy tylko prawą część tej funkcji falowej:

$$\psi(x) = \begin{cases} 0 & \text{kiedy } x < 0 \\ \sqrt{2}\psi_2(x) & \text{kiedy } 0 \leq x \leq a \end{cases}$$

4. Jeżeli mamy funkcję falową Gaussowską,

$$\psi(x) = A \exp \left[ -\frac{x^2}{2\sigma^2} \right]$$

- (a) Używając równania Schrödingera, obliczyć potencjał  $V(x)$  w którym ta funkcja falowa jest stanem stacjonarnym (to znaczy stanem własnym energii).
- (b) Jaką energię ma ten stan?