

Ćwiczenia, *Mechanika Kwantowa* 20-01-2010

Spin

Ćwiczenia

Będziemy obliczać ewolucję (rzutu) spinu elektronu w zewnętrznym jednorodnym polu magnetycznym. Hamiltonian oddziaływań jest

$$H_{\text{int}} = -\vec{\mu} \cdot \vec{B},$$

gdzie $\vec{\mu} = -\frac{eg}{2m}\vec{S} = -\frac{\hbar eg}{m}\vec{\sigma}$, a wektor Pauliego $\vec{\sigma}$ ma (jak zazwyczaj) komponenty

$$\sigma_x = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad \sigma_y = \begin{bmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{bmatrix} \quad \sigma_z = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}.$$

1. Obliczyć spinową funkcję falową w czasie, kiedy pole magnetyczne jest skierowane wzdłuż osi x , a stan początkowy ma spin ukierunkowany wzdłuż osi z :

$$\psi(0) = \begin{bmatrix} \psi^+(0) \\ \psi^-(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

2. Jakie są średnie wartości rzutu spinu w czasie wzdłuż trzech osi współrzędnych? Na przykład,

$$\langle S_x \rangle = \frac{\hbar}{2} \langle \psi(t) | \sigma_x | \psi(t) \rangle.$$

3. Obliczyć spinową funkcję falową i średnie wartości rzutu spinu w czasie, kiedy pole magnetyczne jest skierowane wzdłuż osi z , a stan początkowy jest:

$$\psi(0) = \begin{bmatrix} \psi^+(0) \\ \psi^-(0) \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}.$$