

Ćwiczenia, *Mechanika Kwantowa* 7-10-2009

1. Obliczyć (szacunkowo) długość fali dla kilku cząstek / obiektów:

- (a) elektron w temperaturze pokojowej
- (b) neutron w temperaturze pokojowej
- (c) foton światła widocznego
- (d) Fullerena C_{60} w temperaturze pokojowej
- (e) piłka nożna

2. Jak te długości (b,d,e) się mają do rozmiarów powyższych obiektów?

3. Mamy falę płaską

$$\psi(x) = Ae^{i\vec{k}\cdot\vec{x}-\omega t}.$$

w trójwymiarowym pudle o bokach długości L .

- (a) Znormalizować funkcję falową. Czy A jest kompletnie zdeterminowana?
- (b) Jaka jest gęstość jeżeli mamy jeden atom opisany przez ψ ?
- (c) Jaki ma ten atom pęd?
- (d) Jaką może mieć wartość ω , biorąc pod uwagę równanie Schrödingera?
- (e) Jak wygląda ewolucja ψ w czasie?
- (f) Jaki ma ta ewolucja wpływ na pęd i gęstość?

4. Mamy "pudło" w jednym wymiarze o długości L , tak że potencjał jest

$$V(x) = \begin{cases} 0 & \text{kiedy } -\frac{L}{2} < x < \frac{L}{2} \\ \infty & \text{kiedy } |x| > \frac{L}{2} \end{cases}$$

Można przyjąć że $\psi(\frac{L}{2}) = \psi(-\frac{L}{2}) = 0$. Obliczyć stany stacjonarne, to znaczy takie gdzie $\frac{d\psi}{dt}$ nie zależy od x . W szczególności:

- (a) Znaleźć dozwolone wartości energii $E = i\hbar\frac{\partial}{\partial t}$.
- (b) Jaka jest najmniejsza energia stanu stacjonarnego?
- (c) Obliczyć trzy funkcje falowe z najniższymi energiami.
- (d) Jak wygląda rozkład prawdopodobieństwa dla atomu będącego w tych stanach (po kolei).
- (e) Czy stan z energią zerową jest dozwolony?

5. Mamy wolną przestrzeń jedno-wymiarową, a w niej funkcję falową o pokroju Gaussowskim:

$$\psi(x) = A \exp\left[\frac{-x^2}{2\sigma^2}\right].$$

- (a) Znormalizować ψ .
- (b) Znaleźć gęstość (jako funkcja x) pojedynczej cząstki opisanej przez ψ .
- (c) Obliczyć średni pęd.
- (d) Obliczyć średnią energię.
- (e) Obliczyć wartość średnią kwadratu pędu.
- (f) Obliczyć odchylenie standardowe pędu $\Delta p = \sqrt{\langle p^2 \rangle - \langle p \rangle^2}$.