ROZWIĄZANIA STACJONARNE RÓWNAŃ STOCHASTYCZNYCH DLA ULTRAZIMNYCH GAZÓW Z FLUKTUACJAMI KWANTOWYMI

Karolina Borek[1], Piotr Deuar[2]

[1] Faculty of Physics, University of Warsaw [2] Institute of Physics, Pollsh Academy of Sciences, Warsaw, Poland

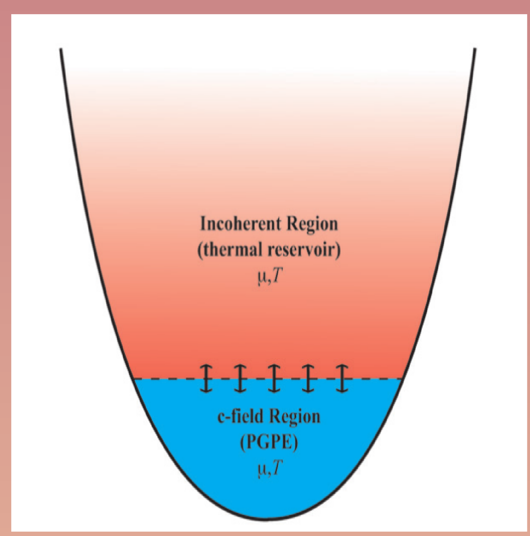
DYNAMIKA ULTRA-ZIMNYCH GAZÓW BOZONOWCYH

Ultrazimne gazy bozonowe w niezerowej temperaturze są dość dobrze opisane modelem Stochastic Gros- Pitaevski Equation (SGPE).

$$\hat{H} = \int dx \left\{ \hat{\Psi}^\dagger(x) \left[V(x) - \frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 \right] \hat{\Psi}(x) + \frac{g}{2}\hat{\Psi}^\dagger(x)^2 \hat{\Psi}(x)^2 \right\}$$

$$\hbar \frac{\partial \psi(\mathbf{x})}{\partial t} = -i(1 - i\gamma)\mathcal{L}_{GP}\psi(\mathbf{x}) + \sqrt{2\gamma\hbar k_B T}\ \eta(\mathbf{x}, t)$$

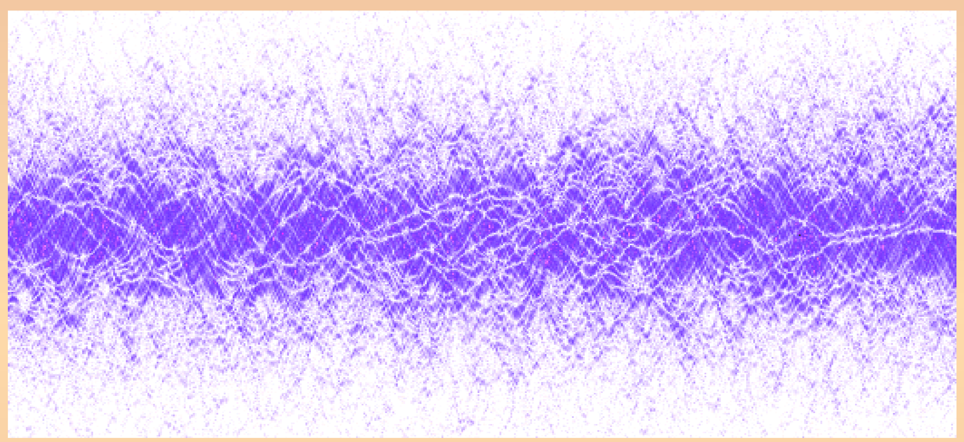
$$\mathcal{L}_{GP} = -\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 + V(\mathbf{x}) - \mu + g\,|\psi(\mathbf{x})|^2$$



Niskoenergetyczna (koherentna) część układu jest opisana polami klasycznymi (równanie SGPE), a wysokoenergetyczna jako termalny gaz idealny.

Przykładem nietrywialnych zjawisk opisanych tym modelem są solitony występujące w pojedynczych realizacjach w zespole wielkim kanonicznym.

Położenie



Czas

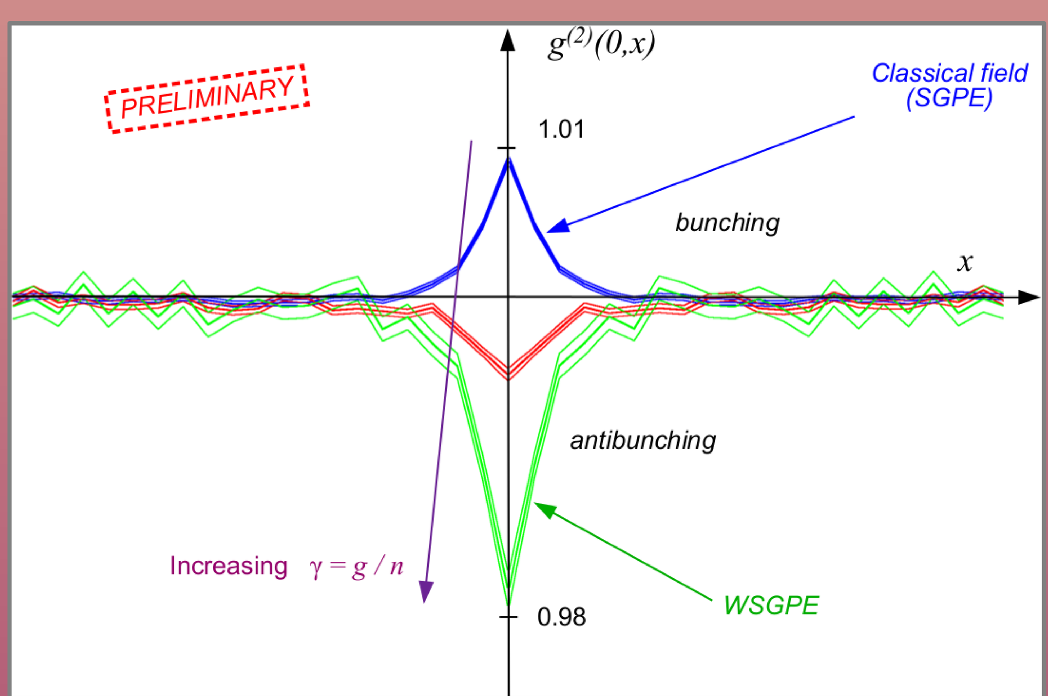
Równanie to jednak nie uwzględnia fluktuacji kwantowych, które stają się ważne w niskich temperaturach.

RÓWNANIE UWZGLĘDNIAJĄCE FLUKTUACJE KWANTOWE

$$\hbar \frac{\partial \psi_W(\mathbf{x})}{\partial t} = -i(1-i\gamma)\left[\mathcal{L}_{GP} - \frac{g}{\Delta v}\right]\psi_W(\mathbf{x}) + \sqrt{\gamma\hbar\left[2k_B T + \mathcal{L}_{GP} - \frac{g}{\Delta v}\right]}\,\eta(\mathbf{x}, t).$$

$$\langle \eta(\mathbf{x}, t)^* \eta(\mathbf{x}', t') \rangle = \delta(t - t')\delta^d(\mathbf{x} - \mathbf{x}')$$

Opisuje ono część niskoenergetyczną w sposób w pełni kwantowy (reprezentacja Wignera), a nie polami klasycznymi. Widoczne są efekty fluktuacj kwantowych.



$$g^{(2)}(0, x) = \frac{\langle \widehat{\Psi}^\dagger(0)\widehat{\Psi}^\dagger(x)\widehat{\Psi}(0)\widehat{\Psi}(x)\rangle}{n(0)n(x)}$$

Korelacje gęstości w środku pułapki $g^{(2)}(0,x)$
$g^{(2)}(0,0) <1$ jest możliwe jedynie dzięki fluktuacjom kwantowym.

Właściwości stanu produkowanego przez te równanie nie były sprawdzone. Nie jest pewne, czy zachowanie wysokoenergetycznej części układu jest poprawne fizycznie.

ZACHOWANIE STACJONARNE

Cel:

- Sprawdzenie, czy zespół zachowuje się fizycznie w wysokich energiach.
- Uzyskanie przybliżonego rozwiązania stacjonarnego.
- W pierwszym przybliżeniu rozważamy mały kawałek chmury opisany lokalnym stanem kwantowym.

$$\widehat{a} = \widehat{\Psi}(\mathbf{x})\sqrt{\Delta x}$$

$$\frac{d\alpha}{dt} = -(i + \gamma)T\left[\omega + \chi|\alpha|^2\right]\alpha + \sqrt{\gamma T \Delta x\left[2 + \omega + \chi|\alpha|^2\right]}\,\eta(t)$$

Najważniejsze jest zachowanie w wysokiej energii

$$\omega \gg \chi \qquad \omega \gg 1$$

(sensowne zachowanie w niskiej energii potwierdza numeryka)

PRZYBLIŻONY ROZKŁAD STACJONARNY

Zakładamy rozkład na podstawie lokalnej energii.

$$P(\alpha) = \exp\left[-\frac{1}{T}\left(C_1|\alpha|^2 + C_2|\alpha|^4\right)\right]$$

Szukamy wartości współczynników w stanie stacjonarnym

$$\frac{\partial P}{\partial t} = 0$$

W obszarze dużych obsadzeń

$$|\alpha|^2 \gg 1$$

Po pierwsze, okazuje się, że zawsze:

$$\frac{\partial P}{\partial t} < 0$$

Wskazuje to, że prawdziwy rozkład opada jeszcze szybciej niż zakładaliśmy, więc ogony rozkładu nie zachowują się patologicznie.

WŁAŚCIWOŚCI ROZKŁADU DLA DUŻYCH ENERGII

Dla dużych energii obsadzenia są małe

$$|\alpha|^2 \ll 1$$

Zachowując człony niskiego rzędu w $|\alpha|^2$ rozwiązanie stacjonarne przy małych obsadzeniach jest następujące:

$$C_1 = T\left(\frac{2\omega + \chi}{2 + \omega}\right) \quad C_2 = \left(\frac{T}{4(2+\omega)}\right)\left(\frac{8(1+T)\omega^2 - 2\omega\chi(8 - 3T + 2\chi) - \chi(36 + \chi T)}{20 + 10\omega + 9\chi}\right)$$

W najniższym rzędzie mamy :

$$\langle|\alpha|^2\rangle = \frac{2 + \omega}{2\omega + \chi} \approx \frac{1}{2} + \frac{T}{\langle E\rangle}$$

Co daje spodziewane pół wirtualnej cząstki w rozkładzie Wignera

$$\langle\widehat{n}\rangle = \langle|\alpha|^2\rangle - \frac{1}{2} \approx \frac{T}{\langle E\rangle}$$

Obsadzenie odpowiada ekwipartycji energii, podobnie jak w SGPE

OUTLOOK

- Lepsze określenie rozkładu, niż nasz ansatz - szczególnie w ogonach.
- Zbadanie zachowania w niskiej energi.
- Przypadek wielu modów. Obliczenia realistycznych układów.

We acknowledge the support of the NCN grant 2012/07/E/ST2/01389