Nieliniowa teoria pola dla ultra zimnych gazów

Piotr Deuar *Instytut Fizyki PAN*

IF PAN people

Joanna Pietraszewicz	Emilia Witkowska
Karolina Borek	Mariusz Gajda
Igor Nowicki	

Active collaborations:

Nick Proukakis	*Newcastle University, UK*
Andrew Truscott	*Australian National University, Canberra, Australia*
Peter Drummond	*Swinburne University of Technology, Melbourne, Australia*
Jorg Schmiedmayer	*Technische Uniwersitat Wien, Austria*
Karen Kheruntsyan	*University of Queensland, Brisbane, Australia*
Chris Westbrook	*Institut d'Optique, Palaiseau, France*
Sebastian Wuster	*IISER Bhopal, India*
Tomasz Świsłocki	*SGGW, Warsaw, Poland*

Quantum dynamics of many interacting particles

$$\widehat{H} = \int d^3\mathbf{x} \left\{ \widehat{\Psi}^\dagger(\mathbf{x}) H_1 \widehat{\Psi}(\mathbf{x}) + \frac{g}{2} \widehat{\Psi}^\dagger(\mathbf{x})^2 \widehat{\Psi}(\mathbf{x})^2 \right\}$$

$$\left[\widehat{\Psi}(\mathbf{x}),\ \widehat{\Psi}^\dagger(\mathbf{y}) \right] = \delta(\mathbf{x}-\mathbf{y})$$

Bozony, oddziaływanie kontaktowe *g*

$$H_1 = -\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 + V(\mathbf{x})$$

Po co komu nielinowa teoria pola?!

- Mechanika kwantowa jest liniowa ...
  … ale wymięka, gdy mamy wiele oddziałujących czastek

$$i\hbar \frac{d}{dt}|\Phi\rangle = \widehat{H}|\Phi\rangle$$

(szczególnie trudno jest z dynamiką)

$$i\hbar \frac{d\widehat{\Psi}(\mathbf{x})}{dt} = \left[\widehat{\Psi}(\mathbf{x}),\ \widehat{H} \right] = \left(H_1 + g\, \widehat{\Psi}^\dagger(\mathbf{x}) \widehat{\Psi}(\mathbf{x}) \right) \widehat{\Psi}(\mathbf{x})$$

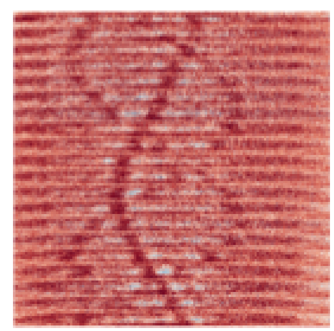
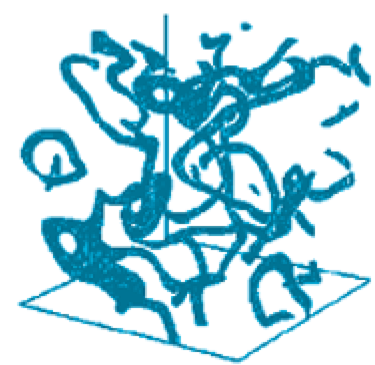
- Bogoliubov: liniowy i kwantowy

$$\widehat{\Psi}(\mathbf{x}) = \phi_0(\mathbf{x}) + \widehat{\delta}_B(\mathbf{x})$$

$$i\hbar \frac{d\widehat{\delta}_B(\mathbf{x})}{dt} = \left(H_1 + 2g\,|\,\phi_0(\mathbf{x})\,|^2 \right) \widehat{\delta}_B(\mathbf{x}) + g\,\phi_0(\mathbf{x})^2\, \widehat{\delta}_B^\dagger(\mathbf{x})$$

Lecz nie lubi dużych perturbacji / wzbudzeń

- Defekty (solitony, wiry, domeny)
- Turbulencja kwantowa
- Pomiary wielocząstkowe (np. zdjęcia!)

*Serafini et al, PRL **115**, 170402 (2015)*
*Berloff, Svistunov, Physics **2**, 61 (2009)*

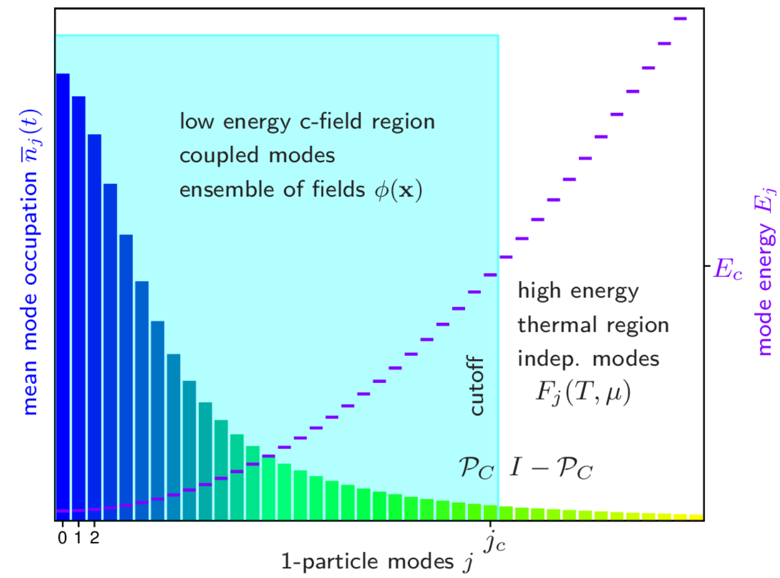
“Classical” fields and quantum fields

- Najprostsza teoria pola: *pole zespolone (klasyczne)*

$$i\hbar \frac{d\psi_C(\mathbf{x})}{dt} = \left(H_1 + g\,|\psi_C(\mathbf{x})|^2\,\right)\psi_C(\mathbf{x})$$

por. Heisenberg: $i\hbar \frac{d\widehat{\Psi}(\mathbf{x})}{dt} = \left(H_1 + g\,\widehat{\Psi}^\dagger(\mathbf{x})\widehat{\Psi}(\mathbf{x})\right)\widehat{\Psi}(\mathbf{x})$

  - 1 obserwacja expt. $\leftrightarrow$ 1 realizacja szumu
  - $\widehat{\rho}$ $\leftrightarrow$ zespół realizacji szumu



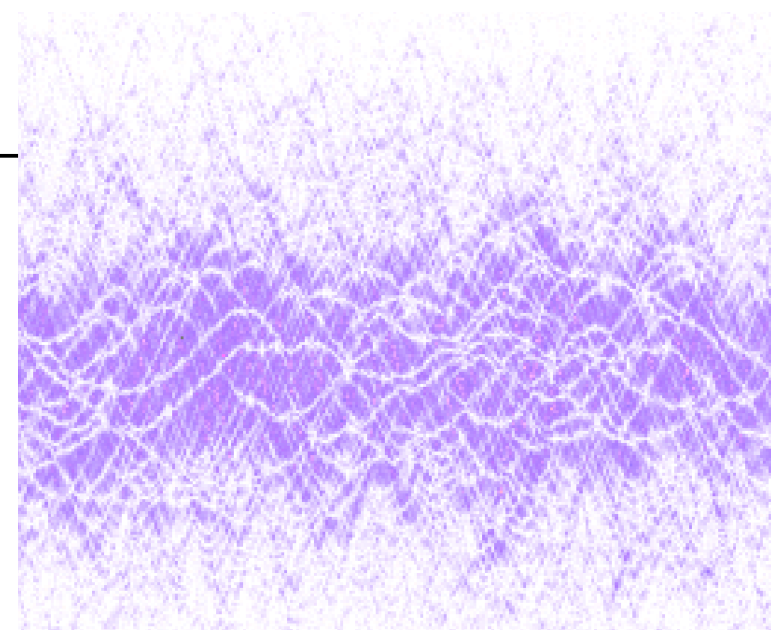
- Odtwarza wiele (większość?) zjawisk nieperturbacyjnych
- Ma pewne niedoskonałości, które chciałoby się poskromić ...
  - Zależność od obcięcia w wysokich energiach
  - Nieczułość na całkowitą liczbę cząstek

- Pola w pełni / bardziej kwantowe (inne reprezentacje):

$$\widehat{\rho} \sim |\Phi\rangle\langle\Phi| = \int d\psi_{\mathbf{x}}\, P(\psi_{\mathbf{x}}) \bigotimes_{\mathbf{x}} \widehat{\Lambda}_{\mathbf{x}}(\psi_{\mathbf{x}})$$

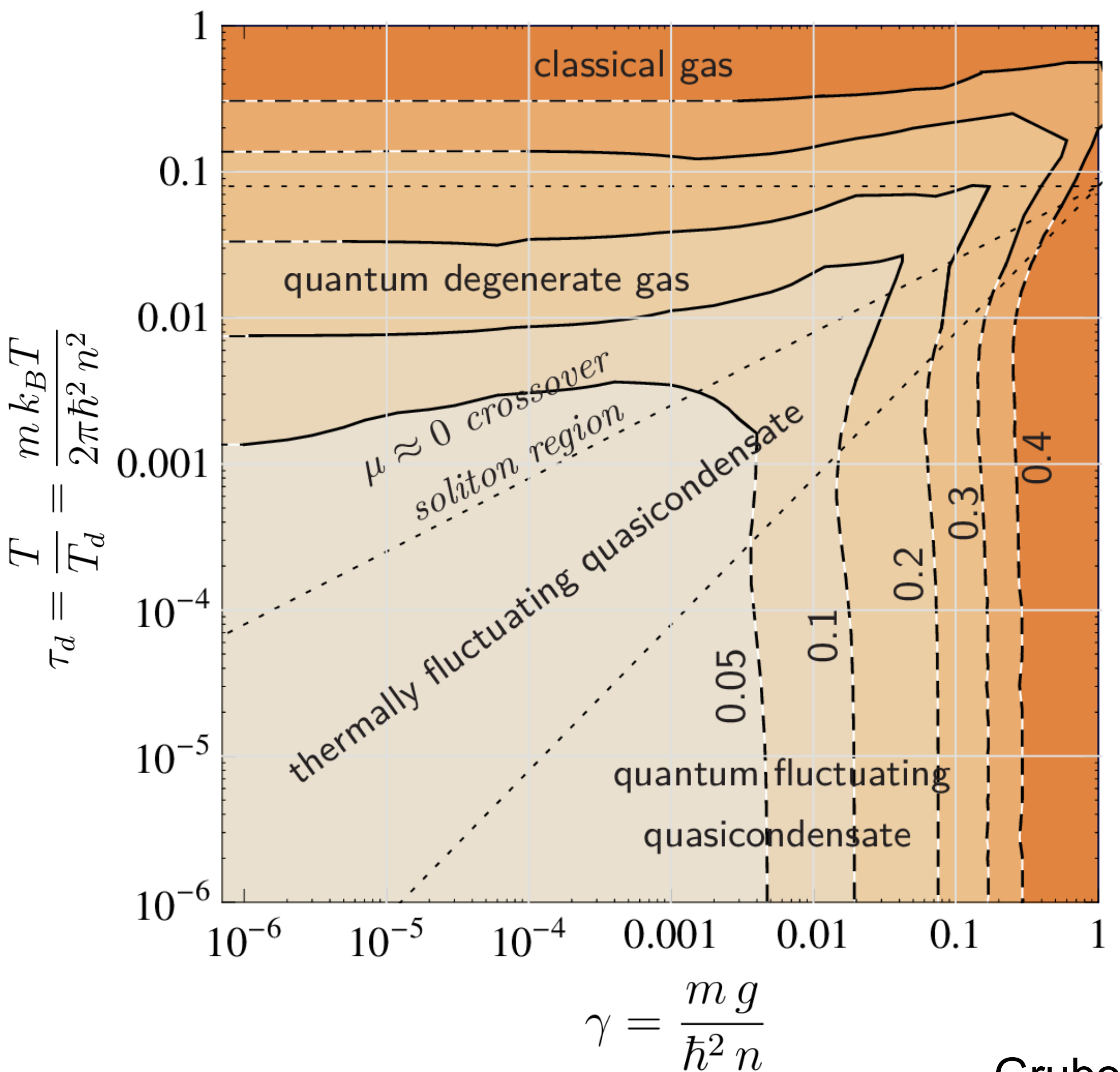
  - Positive-P *Świsłocki, PD, J Phys. B **49**, 145303 (2016)*
  - Truncated Wigner

PD, Pietraszewicz, Proukakis, Świsłocki, J. Long Drafts (2017)

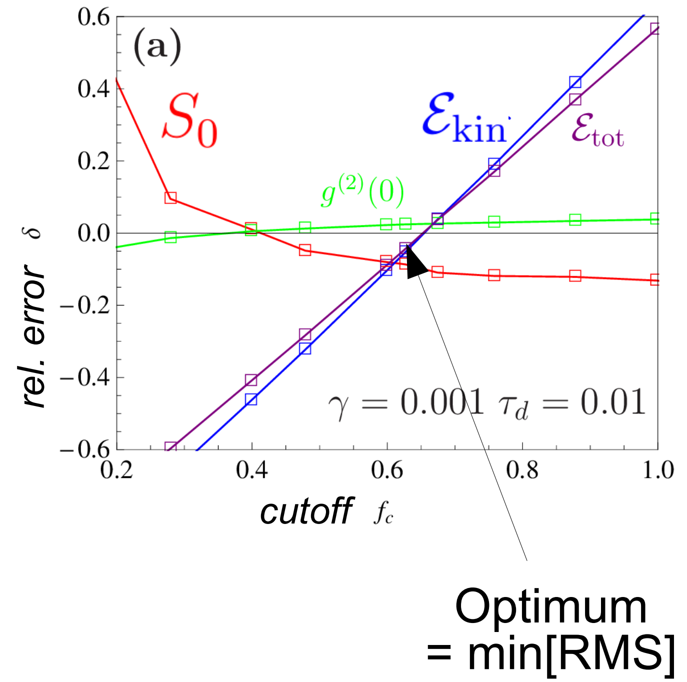


The matter wave region of the 1d Bose gas

Wiąz na względny błąd w obserwablach



Przykład zależności od cutoff-u



$$RMS = \sqrt{\max\left[\delta_{\rm rel}^{(E_{\rm kin})}, \delta_{\rm rel}^{(E_{\rm tot})}\right]^2 + \left(\delta_{\rm rel}^{(S_0)}\right)^2} \geq \max\left[\delta^{(\rm all)}\right]$$

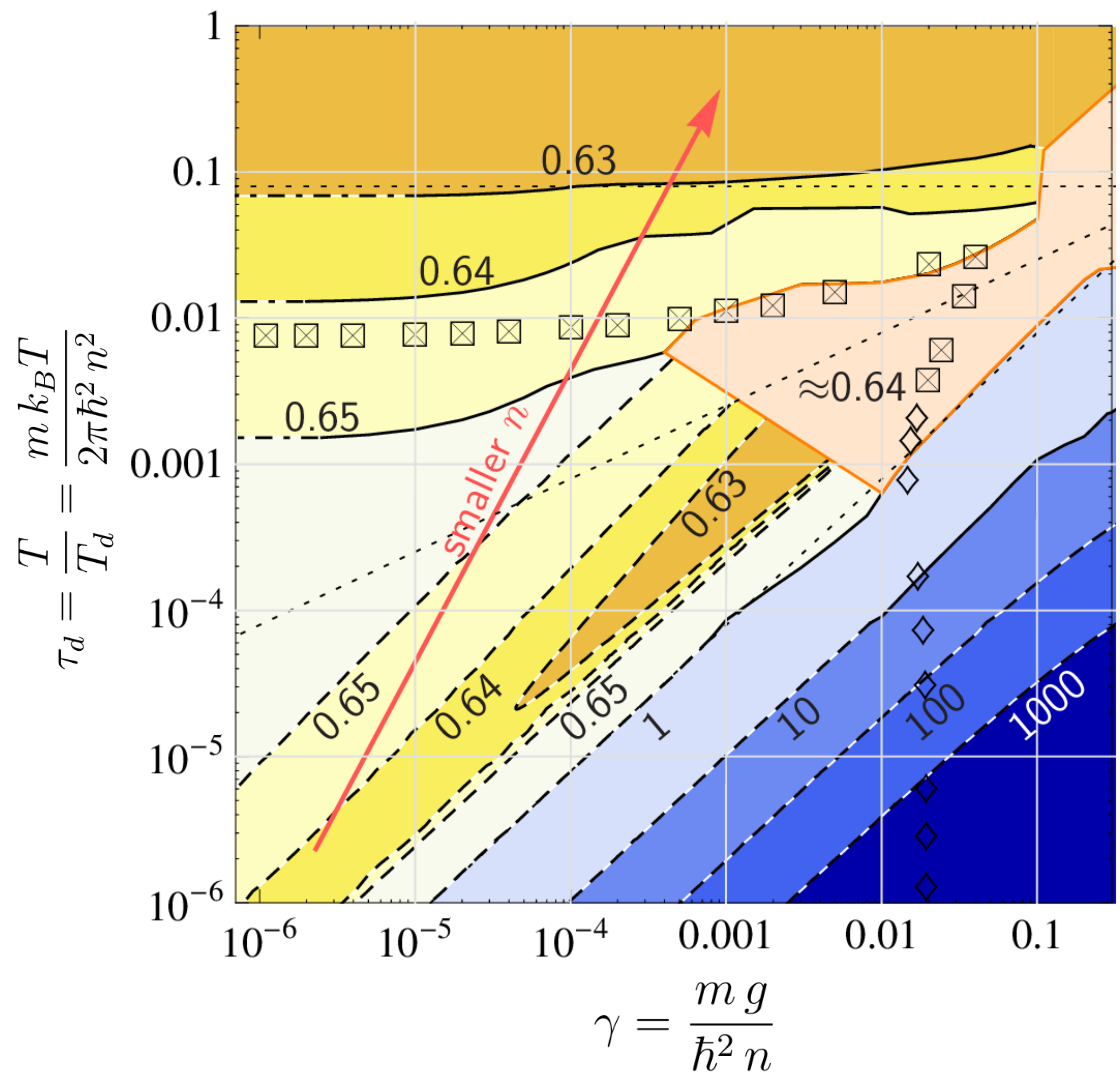
Grubo-ziarniste fluktuacje

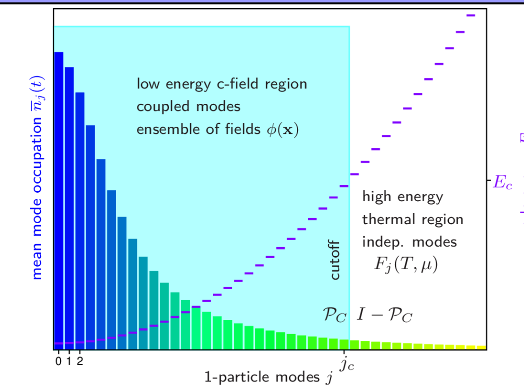
$$S_0 = \lim_{L\to\infty} \frac{\operatorname{var} N}{\langle N \rangle} = 1 + \int dy \left[g^{(2)}(x, x+y) - 1\right]$$

*Pietraszewicz, PD, PRA **92**, 063620 (2015)*
Pietraszewicz, PD, arXiv:1707.01776

Practical issue: where to put the cutoff?

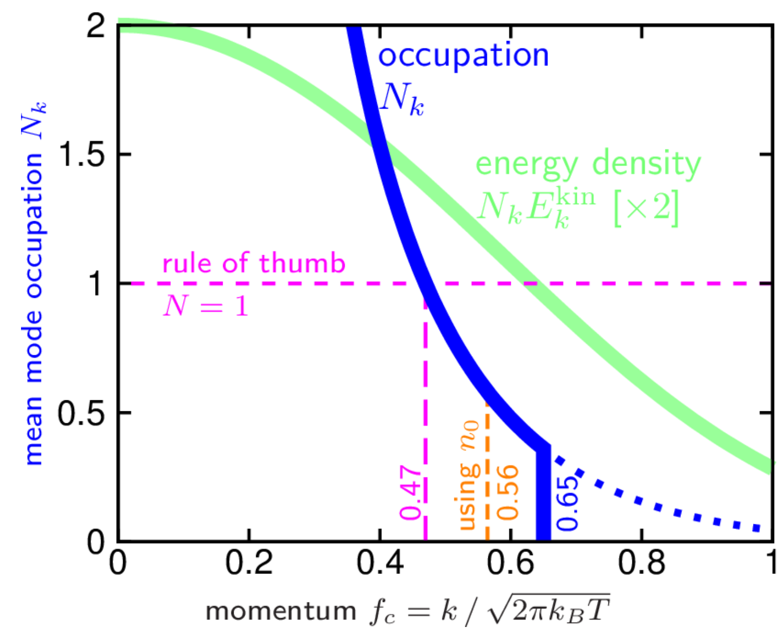
Optymalny cutoff (najmniejszy błąd w wielu obserwablach)





$$N_{\mathrm{cut}} = \frac{1}{e^{E_{\mathrm{cut}}/k_BT} - 1} \quad E_{\mathrm{cut}} = f_c^2\,\pi\,k_BT$$

Wniosek: Najlepiej włączyć wiele mod o małym obsadzeniu (N>~0.4)



Czemu?: są ważne dla energii; obojętne dla innych obserwabli

*Pietraszewicz, PD, PRA **92**, 063620 (2015)*
Pietraszewicz, PD, arXiv:1707.01776