



Instytut Fizyki Molekularnej PAN

ul. M. Smoluchowskiego 17, 60-179 Poznań

Prof. dr hab. Bogdan Bułka

E-mail: bulka@ifmpan.poznan.pl; tel. 61 8695-152

Recenzja rozprawy doktorskiej mgra Igora Bragara pt. “Dynamics of Entanglement of Spin Qubits Based on Semiconductor Quantum Dots”

Przedłożona rozprawa doktorska Pana mgra Igora Bragara została wykonana w Instytucie Fizyki PAN w Warszawie pod kierownictwem dra hab. Łukasza Cywińskiego, prof. IF PAN. Napisano ją w języku angielskim, i liczy sobie 158 stron: opatrzona wstępem, zawiera 3 rozdziały opisujące badania teoretyczne splątania stanów qubitów, wnioski oraz dodatki.

Ocena rozdziału 2:

Zasadniczą część rozprawy stanowi rozdział 2, pt. „Dynamics of Decay of Two Electron-Spin Qubits Entanglement”, który jest adaptacją publikacji w *Physical Review B* **91**, 155310 (2015). **Jest to obfita praca licząca aż 23 strony w druku, zawierająca szereg interesujących i ważnych wyników.** Badany układ to dwa spinowe qubity, zbudowane z pojedynczych spinów elektronowych na dwóch kropkach kwantowych (bez bezpośredniego oddziaływania między nimi). Analizowano ewolucję splątania qubitów na skutek nadsubtelnego sprzężenia ze spinami jądrowymi otoczenia. Za stan początkowy ($t = 0$) przyjęto dwu-qubitowe stany Bella lub Wernera, które zostają podłączone (w czasie $t = 0$) z jądrowymi spinami otoczenia o rozmaitej konfiguracji: w wysokiej temperaturze, dla stanów zwężonych oraz skorelowanych spinów jądrowych; w szczególności skupiając się na słabych i umiarkowanych polach Overhasuera, dla których rezerwuar jądrowy może wpływać na składową S_z spinu elektronowego. Dla analizy procesów dekoherencji qubitów za miarę splątania przyjęto konkurencję (ang. *concurrence*), korzystano także z ujemności (ang. *negativity*), ze świadka splątania (ang. *entanglement witnesses*) oraz wierności teleportacji (ang. *fidelity of teleportation*).

Najciekawsze i najważniejsze rezultaty tej części badań:

1. Pokazanie, że rezerwuar spinów jądrowych może prowadzić do specyficznej ewolucji splątania spinów qubitów: pojawienia się nagłej śmierci splątania w skończonym czasie i możliwego odrodzenia w późniejszym czasie (prezentowane w rozdziale 2.5.2 rozprawy). Efekt obserwowano dla dwu-qubitowego stanu początkowego zainicjowanego w stanie Bella z dwoma nieskorelowanymi rezerwuarami w stanie zwięzonym i dla odpowiednio dużego pola magnetycznego (w relacji do pola Overhausera).

Ten także ciekawy rezultat został tylko po części wyjaśniony. Według autora jest to rezultatem dynamicznego mieszania stanów dwu-qubitowych (także stanów Wernera) w procesie dekoherencji. Moim zdaniem jest to przykład procesu nie-markowskiego (z pamięcią rezerwuaru), w którym spiny elektronowe z czasem zostają splątane ze spinami jądrowymi rezerwuaru. Następuje przepływ informacji kwantowej z układu qubitów do rezerwuaru,¹ który może mieć charakter oscylacyjny i splątanie qubitowe może się odrodzić (oczywiście o ile czas dekoherencji będzie odpowiednio długi). W rozprawie analiza splątania ogranicza się do jedynie podprzestrzeni qubitowej.

2. Wskazanie sposobu odbudowy splątania qubitów w procedurze echa dwu-spinowego.

Autor pokazuje (w rozdziale 2.5.4 rozprawy), że należy przeprowadzić lokalne rotacje (π impulsy w płaszczyźnie x-y) każdego z qubitów, które zmieniają lokalne koherencje qubitów (opisane przez poprzeczne macierze gęstości ρ_{+-} , ρ_{-+}) i w rezultacie odbuduje się między qubitowe splątanie (o ile pole magnetyczne przewyższa pole Overhausera).

3. Zaproponowanie wyznaczenie świadków splątania oraz wierności kwantowej teleportacji jako prostej do pomiaru metody dwu-qubitowego splątania.

Mgr. Igor Bragar jest dobrze zorientowany w problematyce splątania, od strony teoretycznej i doświadczalnej. Jest on świadomy, że eksperymentalna weryfikacja badań teoretycznych splątania może wymagać bardzo złożonej procedury tomograficznej (dla rekonstrukcji czasowej zależności macierzy gęstości). W rozdziale 2.5.5 pokazał on, że zmiany w czasie świadków splątania (rzut na początkowy maksymalnie splątany stan dwukubitowy) oraz uśrednionej wierności kwantowej teleportacji dają informację o zaniku splątania podobnie jak konkurencja (dobrze to widać na Fig. 2.11).

¹ Patrz np. : K. Ptaszyński and M. Esposito, “Entropy production in open systems: The predominant role of intraenvironment correlations,” Phys. Rev. Lett. **123**, 200603 (2019).

Ocena rozdziału 3:

Rozdział 3 pt. “Retardation of entanglement decay of two spin qubits by quantum measurements” opiera się na pracy złożonej w roku 2021 w bazie *arXiv.org*, 2110.13826, ale po 2 latach jeszcze nieopublikowanej w czasopiśmie. Kontynuowane są tam badania splątania spinów dwóch qubitów przy uwzględnieniu splątania spinów elektronowych ze spinami jądrowymi rezerwuarów. Jest to bardzo ważny aspekt badań, dla poprawnego opisu ewolucji stanów kwantowych układu z procesami nie-markowskimi (z pamięcią o wcześniejszych stanach). Obliczenia prowadzone są dla małej liczby spinów jądrowych ($N = 5$). Założenie to umożliwia policzenie splątania między spinami obu podukładów (poprzez ujemność), ale czy jest to poprawne dla półprzewodnikowych kropek kwantowych, których rozmiary są duże i zawierają bardzo wiele spinów jądrowych (patrz rozdz.2, gdzie $N=100$ lub 200). Została przeprowadzona analiza ewolucji spinów (obu podukładów) połączona z pomiarem kwantowym stanów qubitowych oraz następującą procedurą selekcji (ang. *postselection*) wybranych stanów dwu-qubitowych. **Ważnym rezultatem jest pokazanie, że nawet jedna procedura pomiarowa znacząco osłabia procesy dekoherencji splątanych stanów qubitowych.** Fig.3.2 pokazuje czasową zależność konkurencji stanów dwu-qubitowych, pokazuje jak procedura pomiarowa opóźnia proces zaniku splątania. Przedstawiono tam także zależność czasową ujemności, która jest miarą splątania spinów elektronowych i jądrowych. Niestety nie została przeanalizowana ta jakże istotna relacja. Oczekuję, że w czasie obrony Pan mgr Igor Bragar przedstawi analizę splątania spinów elektronowych i jądrowych opisanych przez ujemność; jak ujemność jest skorelowana ze zmianami konkurencji dla stanów dwu-qubitowych; oraz dlaczego procedura pomiarowa wpływa na splątanie i czasową ewolucję konkurencji i ujemności. Jest to interesujący i ważny aspekt przepływu informacji kwantowej oraz destrukcyjnej roli dekoherencji, który wymaga uzupełnienia.

Ocena rozdziału 4:

Rozdział 4 pt. “Dynamical Generation of Entanglement of Two Singlet-Triplet Qubits” przedstawia badania prezentowane na konferencjach, ale jeszcze nie zostały opublikowane. Badania teoretyczne mgra I. Bragara bezpośrednio nawiązują do pracy eksperymentalnej D. Shulman, et al, *Demonstration of entanglement of electrostatically coupled singlet-triplet qubits*, *Science*, 336, 202 (2012) – Ref. [66]. Analizowane qubity S- T_0 są specyficzne, zbudowane z singletu i trypletu z $S_z = 0$, a operacje qubitowe na sferze Blocha wykonuje się w zmieniając niejednorodne pole magnetyczne ΔB_z , które przyjmuje się jako znacznie mniejsze

od sprzężenia wymiany J . Zakłada się (za Ref.[66]), że sprzężenie między qubitami $J_{12} \propto J_1 J_2$ (proporcjonalne do iloczynu lokalnych parametrów sprzężenia wymiennego). Nie znajduję uzasadnienia dla takiej formy sprzężenia między-qubitowego. Zasadniczym celem mgra I. Bragara było bezpośrednie nawiązanie do eksperymentu D. Shulmana i innych [66] i analiza powstawania splątania między-qubitami oraz czasowa ewolucja splątania przy uwzględnieniu szumu ładunkowego i spinów jądrowych (fluktuacji lokalnych wielkości: $\Delta B_{z,i}$ oraz J_i). **Najważniejszy rezultat przedstawiono na Fig. 4.6, który pokazuje ewolucję stanów dwu-qubitowych w trakcie procedury splątania dla przypadku nieskorelowanych i skorelowanych szumów sprzężenia wymiennego. Porównanie tych wyników z eksperymentem, z Fig. 3 z [66], prowadzi mgra I. Bragara do wniosku, że qubity S-T₀ znajdowały się pod wpływem nieskorelowanych szumów ładunkowych.** Warto też wspomnieć o innych wartościowych rezultatach. Ciekawa jest prosta analityczna formuła (4.29) na konkurencję dla dwóch S-T₀ qubitów (dla idealnej rotacji). Zależność ta później wykorzystywana jako funkcja referencyjna w badaniach szumów gradientu pola magnetycznego, $\Delta B_{z,i}$, (powodujących chaos w rotacji na sferze Blocha). Rozdział ten jest zgrabnie i przejrzysto opisany. W szczególności podoba mi się analityczny opis szumów dla pojedynczych qubitów (rozdz. 4.2.2) oraz procedury splątania (rozdz. 4.3).

Podsumowując, wysoko oceniam rozprawę doktorską pana mgra Igora Bragara i stwierdzam, że spełnia ona wszystkie ustawowe i zwyczajowe wymagania. Wnioskuje o dopuszczenie pana magistra Igora Bragara do dalszych etapów przewodu doktorskiego. Oczekuję, że w trakcie publicznej obrony ustosunkuje się On do moich uwag krytycznych i tezy rozprawy zostaną w pełni obronione w ramach naukowej dyskusji.

B. Bułka

Poznań, 18 sierpnia 2023 r.

Prof. dr hab. Bogdan Bułka